

Antes de tudo, é muito importante alicerçar o conceito de anatocismo. Em qualquer lugar que se pesquise, anatocismo sempre considera juros sobre juros = juros compostos. Porém, mesmo assim, para atender a escusos interesses, certa divergência foi construída. Há duas correntes. A primeira é clássica: *Anatocismo é a capitalização dos juros de uma importância emprestada, o mesmo que juro composto ou juro sobre juro.*

Já a segunda corrente afirma que: *Anatocismo nada tem a ver com o critério de formação dos juros a serem pagos ou recebidos numa determinada data; ele consiste na cobrança de juros sobre juros vencidos e não pagos.* Complementa, ainda, essa segunda corrente, que: *Se os juros forem totalmente pagos, não existe a possibilidade fática de serem capitalizados e, nesses casos, o regime de juros compostos não implica anatocismo.* Entendido dessa forma, segundo esses equivocados defensores, *somente existirá num sistema de amortização se as prestações não forem liquidadas no vencimento e o credor cobrar juros sobre os juros vencidos e não pagos.*

Ora, se na capitalização composta, no caso de empréstimo, a taxa de juro incide sobre juros devidos e não pagos (**vencidos**) e no caso de aplicação sobre juros auferidos e não sacados (**vencidos**), parcial ou totalmente, entende-se, claramente, que **anatocismo é a cobrança de juros sobre juros vencidos e não pagos ou não sacados, fundamento da capitalização composta**, em que a taxa de juros incide, sempre e justamente sobre juros vencidos e não pagos ou sacados!

Contudo, é oportuno esclarecer que **juros vencidos e não pagos**, intrínsecos à capitalização composta, são distintos de **juros exigidos**, estabelecidos em contrato nos sistemas de amortização, por convenção, e **não pagos**, constituindo-se em **amortização negativa**, de tal forma que o saldo devedor, em vez de diminuir, será acrescido desse juro exigido e não pago, passando a produzir novos juros nos períodos seguintes.

Cabe destacar, no entanto, que **amortização negativa** somente ocorre em razão da **convenção** que se adota nos sistemas de amortização para calcular os juros exigidos e o valor da amortização pela diferença entre a prestação e esses juros exigidos; porquanto, **amortização negativa, financeiramente, não existe**, é falácia, uma vez que juro e amortização compõem qualquer pagamento: se realizado na data zero, 100% é amortização e se realizado em qualquer outra data é montante e, para obter o valor do capital (amortização), basta transportar o valor do pagamento (montante) para data zero, desincorporando (descapitalizando) os juros.

É importante observar que, **em qualquer pagamento, há sempre juro e amortização**. Em não havendo pagamento, o valor da amortização, por consequência, será zero. Certamente, se houver qualquer pagamento, mesmo inferior ao juro exigido, a amortização, por óbvio, não poderá ser negativa. Portanto, **amortização negativa é uma irracionalidade financeira!**

Saliente-se que há somente dois regimes de capitalização de juros, simples e composto, mutuamente excludentes: se não for simples, com certeza, será composto, e vice-versa. Não existe possibilidade de a capitalização composta não implicar cobrança de juros sobre juros! Assim, a afirmação de que *Anatocismo não é sinônimo de juros compostos e sim, de juros sobre juros* não passa de um delírio! Em qualquer lugar que se pesquise, **juro composto é juro sobre juro**; porquanto, não há outra forma de se conceituar. Em tempo: a Matemática Financeira, enquanto ciência exata, não admite polêmica e não tolera desaforo!

A Matemática Financeira é uma ciência exata; porém, não óbvia, que trata do valor do dinheiro no tempo: um valor hoje tem menor valor monetário que essa mesma quantia no futuro e vice-versa.

Enfatize-se que, financeiramente, dois mais dois não são quatro: depende da data em que se encontram e somente serão quatro se estiverem na mesma data. Valores de uma mesma data são grandezas que podem ser somadas ou subtraídas; todavia, valores em datas diferentes são grandezas que somente podem ser somadas ou subtraídas depois de transportadas para uma data comum (focal), capitalizando ou descapitalizando, conforme o caso, por meio da aplicação de uma taxa de juros ou de desconto, por determinado prazo.

Para comparar alternativas de fluxo de caixa, com valores de entradas e saídas exigidos em datas distintas, somente se considera esses valores equivalentes quando, transportados para uma mesma data, data focal, com determinada taxa de juros, tiverem valores de entradas e saídas iguais, zerando o fluxo de caixa. À equação resultante dessa igualdade, dá-se o nome de **equação de valor**.

Capitalizar juros significa incorporar juros ao capital (VP = valor na data zero), de forma simples ou de forma composta, tornando-se um único corpo, **indissociável**, denominado montante (VF = valor em qualquer data posterior à data zero). Considerando o princípio do valor do dinheiro no tempo, conceito financeiro basilar, é sempre importante enfatizar: a capitalização é simples quando a taxa de juros incide sobre um valor que se encontra na data zero (capital) e, quando a taxa incide sobre qualquer outro valor que não esteja na data zero (montante), a capitalização será composta. Simples assim!

$$J_{\text{simples}} = C \times i \times n \Rightarrow M = C + J \Rightarrow M_{\text{simples}} = C \times (1 + i \times n)$$

$$M_{\text{composto}} = C \times (1 + i)^n \Rightarrow J = M - C \Rightarrow J_{\text{composto}} = C \times [(1 + i)^n - 1]$$

Como se observa, na capitalização simples os juros são calculados proporcionalmente e incorporados ao capital (valor na data 0) **uma única vez**, no vencimento, independentemente da taxa e do prazo. Portanto, exige um único período de capitalização: vence a termo e não admite fracionamento de prazo: VP e VF não são cindíveis.

Já na capitalização composta, como se observa, os juros são calculados exponencialmente e incorporados ao capital, **periodicamente**. Portanto, requer mais de um período de capitalização: não vence a termo e exige fracionamento de prazo ($n > 1$): o valor presente e o valor futuro são, obrigatoriamente, cindíveis.

Descapitalizar juros, por consequência, é o inverso: desincorporar (descapitalizar) juros do montante (valor futuro), para obter o capital (valor presente = amortização):

$$C = \frac{M_{\text{simples}}}{(1 + i \times n)} \Rightarrow D = M - C \Rightarrow D_{\text{simples}} = M \times \left[1 - \frac{1}{(1 + i \times n)} \right]$$

$$C = \frac{M_{\text{composto}}}{(1 + i)^n} \Rightarrow D = M - C \Rightarrow D_{\text{composto}} = M \times \left[1 - \frac{1}{(1 + i)^n} \right]$$

Convém, no entanto, destacar que os valores do desconto racional e do juro, como é o caso, são iguais, **diferenciando-se, apenas, conceitualmente**; porquanto, nos dois casos, a taxa incide sobre o mesmo valor presente (capital), além de o prazo decorrido (juro) e o prazo de antecipação (desconto) serem iguais. Em consequência, o capital é igual ao valor atual (valor presente) e o montante ao valor nominal (valor futuro).

Como se observa, na capitalização simples os juros são desincorporados do montante (valor futuro) uma única vez, independentemente da taxa e do prazo. Portanto, exige um único período de descapitalização: vence a termo e **não** aceita fracionamento de prazo: o valor presente e o valor futuro não são cindíveis.

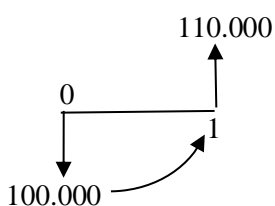
Já na capitalização composta, como se observa, os juros são desincorporados do montante, periodicamente. Portanto, requer mais de um período de descapitalização: não vence a termo e exige fracionamento de prazo: o valor presente e o valor futuro são, obrigatoriamente, cindíveis.

Frise-se: entradas e saídas de caixa são equivalentes quando, levadas para uma data focal comum, a uma taxa de juros ou desconto, seus valores monetários forem iguais.

Exemplo 1: Para deixar mais clarificante, ainda, vamos adotar o seguinte exemplo: calcular o valor do pagamento de um empréstimo de \$ 100.000,00, a juros simples de 10% ao mês, depois de 1 mês:

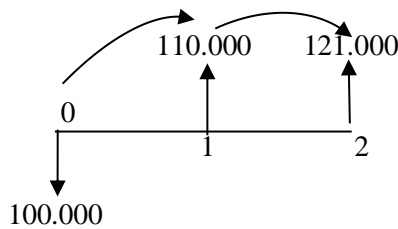
$$M = 100.000 \times (1 + 10\% \times 1) \rightarrow p = 110.000,00$$

O fluxo de caixa representa a movimentação de dinheiro: entradas e saídas de caixa. Para o tomador, o valor do empréstimo é entrada e o respectivo pagamento saída. Simples, assim!



Exemplo 1.1: Se, no vencimento, o devedor propõe liquidar a dívida um mês depois, qual deverá ser o valor desse pagamento, na capitalização simples, à mesma taxa?

Pelo equivocado conceito, em que permite o fracionamento de prazo e a cindibilidade do valor presente, teríamos:



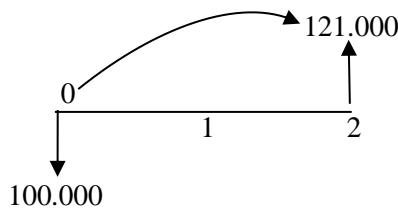
$$p = 100.000,00 \times (1+10\% \times 1) \times (1+10\% \times 1) \rightarrow p = 121.000,00$$

Por certo, não faz nenhum sentido; porquanto, estaríamos fracionando o prazo e cindindo o capital, ao incidir a taxa sobre um valor que já contém juros (montante), descaracterizando a capitalização simples.

De fato, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, 2 meses depois, \$ 121.000,00, a taxa mensal de juros simples será diferente da taxa contratada, ratificando que o empréstimo não foi realizado a juros simples; conseqüentemente, como há somente dois regimes de capitalização, mutuamente excludentes, foi realizado a juros compostos:

$$121.000 = 100.000 \times (1 + i_m \times 2) \rightarrow \text{taxa mensal} = 10,50\%$$

O fluxo de caixa representa a movimentação de dinheiro: entradas e saídas de caixa. Para o tomador, o valor do empréstimo é entrada e o respectivo pagamento saída. Simples, assim!

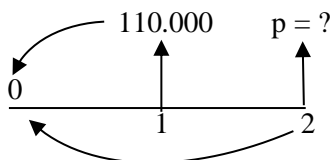


Portanto, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, dois meses depois, \$ 121.000,00, obedecendo ao fracionamento de prazo e cindibilidade do valor presente, a taxa mensal de **juros compostos** será, rigorosamente, igual à taxa contratada,

$$100.000,00 \times (1 + i_m)^2 = 121.000 \rightarrow \text{Taxa mensal} = 10,00\%$$

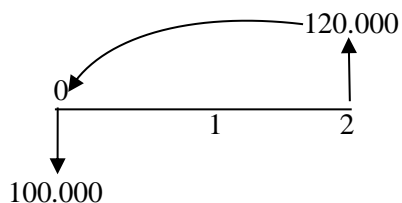
Lembrando: $(1+i)^n$ ou, simplesmente, i^n , com $n > 1$, caracteriza **juros sobre juros: composto**.

Ao procedermos o cálculo de forma correta, obedecendo ao **não** fracionamento de prazo e cindibilidade do valor presente, por se tratar de **capitalização simples**, a equivalência deverá ser, obrigatoriamente, realizada, na data focal zero:



$$110.000,00 / (1+10\% \times 1) = p / (1+ 10\% \times 2) \rightarrow p = 120.000,00$$

O fluxo de caixa representa a movimentação de dinheiro: entradas e saídas de caixa. Para o tomador, o valor do empréstimo é entrada e o respectivo pagamento saída. Simples, assim!



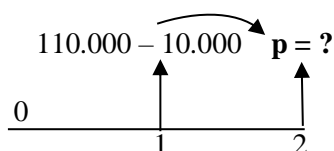
Por conseguinte, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, 2 meses depois, \$ 120.000,00, a taxa mensal de juros simples será, rigorosamente, igual à taxa mensal contratada, **ratificando a concretude e acurácia da equivalência na data zero**:

$$100.000,00 \times (1 + i_m \times 2) = 120.000,00 \rightarrow \text{Taxa mensal} = 10,00\%$$

Fica evidente, mais uma vez, que não podemos fracionar o prazo; porquanto, o valor presente e o valor futuro, na capitalização simples, não são cindíveis. É impossível ignorar que a diferença de \$ 1.000,00 entre os valores futuros se dá em razão de **os juros de 10% incidirem sobre os juros anteriores de \$ 10.000,00**, descaracterizando a capitalização simples. De modo intelectual honesto, não há como refutar tais cálculos!

Exemplo 1.2: Se, no vencimento, o devedor propõe liquidar a dívida por meio de um **pagamento** imediato de \$ 10.000,00 e o saldo um mês depois, à mesma taxa, qual deverá ser o valor desse segundo pagamento, na capitalização simples?

Pelo equivocado conceito, em que permite o fracionamento de prazo e a cindibilidade do valor presente, teríamos:



$$p = [100.000,00 \times (1+10\% \times 1) - 10.000,00] \times (1+10\% \times 1) \rightarrow p = 110.000,00$$

Infelizmente, boa parte das pessoas, incluindo, renomados professores, afirmam, equivocadamente, que ao pagarmos \$ 10.000,00 estamos liquidando os juros. De fato, em razão da coincidência de valores, **passa a ilusão de que estaríamos liquidando os juros**; porém, cabe destacar que, depois de incorporados, os juros serão totalmente liquidados somente quando se liquida a operação, como se ratifica, cientificamente:

Aplicando a propriedade distributiva na equação de valor anterior, teremos:

$$p = 100.000,00 \times (1+10\%)^2 - 10.000,00 \times (1+10\%) \rightarrow p = 110.000,00$$

Ratificando: $(1+i)^n$ ou, simplesmente, i^n , com $n > 1$, caracteriza juros sobre juros: composto.

Lembremos: os juros, depois de incorporados, tornam-se um único corpo, **indissociável**, formado de capital e juros (montante).

Ao pagarmos parte, estamos pagando um pedaço desse corpo, conseqüentemente, parte de juros e parte de capital. Então, facilmente se conclui: pagamos sempre montantes e restarão sempre montantes, até a liquidação total. Portanto, não há brechas para quaisquer tipos de narrativas falaciosas!

Saliente-se: todo pagamento, em data diferente da data zero, contém juros e capital (amortização), não, necessariamente, nesta ordem! Então, no pagamento de \$ 10.000,00 há juros e amortização (montante).

Por certo, não faz nenhum sentido utilizar a data focal 2 como referência para realizar a equivalência; porquanto, estaríamos incidindo a taxa de juros sobre um valor que já contém juros vencidos, mesmo que parcialmente, descaracterizando a capitalização simples.

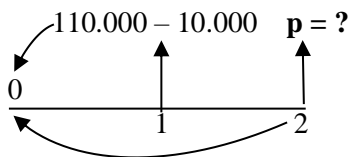
De fato, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, \$ 10.000,00 um mês depois e \$ 110.000,00 em 2 meses, a taxa mensal de juros simples será diferente da taxa contratada, ratificando que o empréstimo não foi realizado a juros simples; conseqüentemente, como há somente dois regimes de capitalização, mutuamente excludentes, foi realizado a juros compostos:

$$10.000,00 / (1 + i_m \times 1) + 110.000,00 / (1 + i_m \times 2) = 100.000,00 \rightarrow \text{taxa mensal} = 10,474\%$$

Entretanto, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, \$ 10.000,00 um mês depois e \$ 110.000,00 em 2 meses, a taxa mensal de **juros compostos** será, rigorosamente, igual à taxa mensal contratada,

$$10.000,00 / (1 + i_m)^1 + 110.000,00 / (1 + i_m)^2 = 100.000,00 \rightarrow 10,00\%$$

Procedendo ao cálculo de forma correta, **não** fracionando o prazo ou cindindo o capital, a equivalência deverá, obrigatoriamente, ser realizada na data focal zero, por se tratar de **capitalização simples**:



$$\frac{110.000 - 10.000}{(1 + 10\% \times 1)} = \frac{p}{(1 + 10\% \times 2)}$$

$$\frac{110.000}{(1 + 10\% \times 1)} - \frac{10.000}{(1 + 10\% \times 1)} = \frac{p}{(1 + 10\% \times 2)} \Rightarrow p = 109.090,91$$

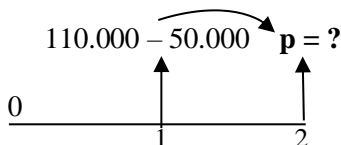
Por conseguinte, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, \$ 10.000,00 um mês depois e \$ 109.090,91 em 2 meses, a taxa mensal de **juros simples** paga pelo empréstimo será, rigorosamente, igual à taxa contratada, **ratificando a concretude e acurácia da equivalência na data zero**:

$$10.000,00 / (1 + i_m \times 1) + 109.090,91 / (1 + i_m \times 2) = 100.000,00 \rightarrow \text{Taxa mensal} = 10,00\%$$

Fica evidente, mais uma vez, que não podemos fracionar o prazo; porquanto o valor presente e o valor futuro, **na capitalização simples**, não são cindíveis. Além disso, é importante lembrar: todo valor que não está na data zero é montante; portanto, contém, sempre, juros e capital (amortização). Não é uma questão de escolha e, sim, financeira: princípio do valor do dinheiro no tempo (VDT). Por com seguinte, de modo intelectual honesto, não há como refutar tais conceitos e cálculos!

Exemplo 1.3: Se, no vencimento, o devedor propõe liquidar a dívida por meio de um **pagamento** imediato de \$ 50.000,00 e o saldo um mês depois, qual deverá ser o valor do 2º pagamento, à mesma taxa de juro simples?

Pelo equivocado conceito, em que permite o fracionamento de prazo e a cindibilidade do valor presente, teríamos:



$$p = [(100.000,00 \times (1 + 10\% \times 1) - 50.000,00)] \times (1 + 10\% \times 1) \rightarrow p = 66.000,00$$

Infelizmente, boa parte das pessoas, incluindo, renomados professores, concluem, equivocadamente, que, ao pagarmos \$ 50.000,00, estaríamos liquidando os juros de \$ 10.000,00,00 e, ainda, amortizando \$ 40.000,00.

De fato, em razão da coincidência de valores, **passa a ilusão de que estaríamos liquidando os juros**; porém, cabe destacar que, depois de incorporados, os juros serão integralmente liquidados somente quando se liquida o empréstimo, como se ratifica, matemático-financeiramente:

Aplicando a propriedade distributiva na equação de valor anterior, teremos:

$$p = 100.000,00 \times (1+10\%)^2 - 50.000 \times (1+10\%) \rightarrow p = 66.000,00$$

Ratificando: $(1+i)^n$ ou, simplesmente i^n , com $n > 1$ caracteriza juros sobre juros: composto.

É muito importante observar na equação de valor que, qualquer que seja o valor do pagamento parcial, sempre acarretará juros sobre juros: $(1+i)^2$ e somente não acarretará quando o valor do pagamento for igual ao valor da dívida, ou seja, se liquidarmos integralmente a dívida, ao final de um período.

Lembremos, mais uma vez: os juros, depois de incorporados, tornam-se um único corpo, formado de capital e juros. Ao pagarmos parte, estamos pagando um pedaço desse corpo, conseqüentemente, parte de juros e parte de capital. Então, facilmente se conclui, que pagamos sempre montantes e restarão sempre montantes, até a liquidação total. Honestamente, não há brechas para quaisquer tipos de devaneios!

Por certo, não faz nenhum sentido realizar o cálculo dessa forma, utilizando a data focal 2 como referência; porquanto, estaríamos incidindo a taxa de juros sobre um valor que já contém juros (montante), descaracterizando a capitalização simples.

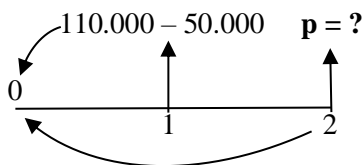
De fato, se tomamos \$ 100.000,00, a 10% ao mês, e pagarmos, \$ 50.000,00 um mês depois e \$ 66.000,00 em 2 meses, a taxa mensal de juros simples paga pelo empréstimo será diferente da taxa contratada, ratificando que o empréstimo não foi realizado a juros simples; conseqüentemente, como há somente dois regimes de capitalização, mutuamente excludentes, foi realizado a juros compostos:

$$50.000,00 / (1 + i_m \times 1) + 66.000,00 / (1 + i_m \times 2) = 100.000,00 \rightarrow \text{taxa mensal} = 10,343\%$$

Entretanto, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, \$ 50.000,00 um mês depois e \$ 66.000,00 em 2 meses, a taxa mensal de **juros compostos** será, rigorosamente, igual à taxa mensal contratada,

$$50.000 / (1 + i_m)^1 + 66.000 / (1 + i_m)^2 = 100.000 \rightarrow 10,00\%$$

Ao procedermos o cálculo de forma correta, **não** fracionando o prazo ou cindindo o capital, a equivalência deverá ser realizada na data focal zero, por se tratar de **capitalização simples**:



$$\frac{110.000 - 50.000}{(1 + 10\% \times 1)} = \frac{p}{(1 + 10\% \times 2)}$$

$$\frac{110.000}{(1 + 10\% \times 1)} - \frac{50.000}{(1 + 10\% \times 1)} = \frac{p}{(1 + 10\% \times 2)} \Rightarrow 65.454,55$$

De fato, se tomamos \$ 100.000,00 e pagarmos, \$ 50.000,00 um mês depois e \$ 65.454,55 em 2 meses, a taxa mensal de **juros simples** paga pelo empréstimo será, rigorosamente, igual à taxa contratada, **ratificando a concretude e acurácia da equivalência na data zero**:

$$50.000,00 / (1 + i_m \times 1) + 65.454,55 / (1 + 10\% \times 2) = 100.000,00 \rightarrow \text{Taxa mensal} = 10,00\%$$

Fica evidente, mais uma vez, que não podemos fracionar o prazo; porquanto o valor presente e o valor futuro, na capitalização simples, não são cindíveis. Além disso, é importante lembrar: todo valor que não está na data zero, sempre contém juros e capital (amortização). Não é uma questão de escolha e, sim, financeira (VDT). Simplesmente, não há como pagar somente os juros. Sempre pagamos capital e juros (montante) e restarão capital e juros (montante): isso é fundamento! De forma intelectual honesta, não há como refutar tais cálculos!

Como restou cientificamente comprovado, na capitalização composta, diferentemente da capitalização simples, ao colocarmos o montante de certo capital C, calculado à taxa i e para um prazo n_1 , à mesma taxa i e por um prazo n_2 , o montante final será idêntico ao montante calculado considerando o capital C colocado à mesma taxa i, durante o prazo total $n = n_1 + n_2$, como se ratifica ao aplicarmos a propriedade de multiplicação de potências de mesma base: conservamos a base e somamos os expoentes:

$$C \times (1+i)^n = C \times (1+i)^{n_1} \times (1+i)^{n_2}$$

Conclui-se, por conseguinte, que a equivalência financeira entre valores monetários, **no regime de juros compostos**, pode ser efetivada em qualquer data focal; porquanto, qualquer que seja a data focal definida caracterizará juro composto, com a incidência de taxa de juros sobre um valor que já contém juro (montante), como ficou matematicamente comprovado, ao efetivarmos a equivalência nas datas focais zero, um e dois.

Como restou cientificamente comprovado, na **capitalização simples**, ao colocarmos o montante de certo capital C, calculado à taxa i e para um prazo n_1 , à mesma taxa i e por um prazo n_2 , o montante será diferente do calculado, considerando o capital C colocado à mesma taxa i, no prazo total $n = n_1 + n_2$.

$$C \times (1+i \times n) \neq C \times (1+i \times n_1) \times (1+i \times n_2)$$

É importante observar que, ao se proceder à equivalência nas datas focais **1** e **2**, estamos acrescentando juro sobre um valor que já contém juro (montante), descaracterizando a capitalização simples, cuja incidência da taxa se dá apenas sobre o capital (amortização): valor na data zero. Saliente-se que $(1+i)^n$ é **fator de capitalização**: quando $n = 1$ a capitalização é simples e quando $n > 1$ a capitalização é composta. Portanto, $(1+i)^2 = (1+i) \times (1+i)$, por óbvio, **caracteriza a incidência de juro sobre juro**: capitalização composta.

Logo, é instantâneo inferir que somente não caracterizará juro sobre juro quando a taxa incidir sobre o capital (amortização), valor que se encontra na **data focal zero, única data em que um valor não contém juros**; porquanto, em qualquer outra data, a taxa incidirá sobre um valor que já contém juro (montante): haverá juro, da data zero até essa outra data, ratificando o fundamento do valor do dinheiro no tempo.

Conclui-se, por conseguinte, que a **equivalência financeira entre valores monetários no regime de juros simples deve ser efetivada, obrigatoriamente, adotando a data zero como focal**; porquanto, qualquer outra data definida como focal caracterizará juro composto, com a taxa de juro incidindo sobre um valor que já contém juro = juro sobre juro, como ficou cientificamente comprovado, ao efetivarmos a equivalência nas datas focais um e dois, com o surgimento do fator de capitalização composta $(1+i)^2$.

Então, quando a taxa de juros incide somente um valor na data zero: sobre o capital ou parte dele (amortização), o regime de capitalização é simples, e quando a taxa de juros incide sobre qualquer outro valor que não esteja na data zero a capitalização será composta; porquanto, a taxa estará incidindo sobre montante.

É importante realçar que o fundamento da matemática financeira é o valor do dinheiro no tempo (VDT): se um valor estiver em data posterior à data zero conterà juro = montante. Por conseguinte, os valores dos pagamentos e dos saldos devedores contêm juros: são sempre montantes, e os valores das amortizações (capitais) estão sempre na data zero, razão de podermos somá-los e concluir que o resultado é igual ao valor do empréstimo. Então, facilmente, se conclui que **quaisquer sistemas de amortização em que a taxa de juros incida sobre os saldos devedores, a capitalização dos juros será composta: anatocismo**.

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE – SAC

A denominação SAC origina-se de sua principal característica: amortizar empréstimos de forma constante e periódica, sendo o valor das prestações, como em todo sistema de amortização, resultado da soma das parcelas de capital (amortizações constantes) e dos juros, que são determinados e considerados integralmente liquidados, **por convenção**, pela incidência da taxa efetiva sobre os saldos devedores anteriores, decrescentes em progressão aritmética, de razão igual ao produto da amortização por essa taxa efetiva de juros.

Essa característica de decréscimo em progressão aritmética das prestações, dos juros e do saldo devedor **cria a ilusão de que o Sistema SAC se desenvolve na capitalização simples**. Há, inclusive, decisão judicial equivocada, determinando a substituição da Tabela Price, porque alberga a capitalização composta de juros, pelo Sistema SAC.

Apenas para contextualizar, amortização vem do latim: *mors, mortis*, e significa morte: parcela que mata o valor da dívida, parcial ou totalmente.

Exemplo 2: Para deixar clarividente, vamos adotar o seguinte exemplo: se um empréstimo de \$ 100.000,00, será amortizado em quatro parcelas mensais e constantes, à taxa de juros compostos de 10% ao mês, elaborar a planilha de amortização.

Primeiramente, obtemos o valor da amortização constante, pelo quociente entre o valor do empréstimo e o número de parcelas:

$$A = 100.000,00 \div 4 \rightarrow 25.000,00$$

Em seguida, calculamos o valor dos saldos devedores depois do pagamento de cada prestação, fazendo a diferença entre o saldo devedor anterior e a amortização constante do período:

$$SD_1 = 100.000,00 - 25.000,00 \rightarrow 75.000,00 \quad SD_2 = 75.000,00 - 25.000,00 \rightarrow 50.000,00$$

$$SD_3 = 50.000,00 - 25.000,00 \rightarrow 25.000,00 \quad SD_4 = 25.000,00 - 25.000,00 \rightarrow 0,00$$

Depois calculamos o valor dos juros de cada período que, **por convenção**, é resultado da incidência da taxa pelo saldo devedor anterior:

$$J_1 = 100.000,00 \times 10\% \rightarrow 10.000,00$$

$$J_2 = 75.000,00 \times 10\% \rightarrow 7.500,00$$

$$J_3 = 50.000,00 \times 10\% \rightarrow 5.000,00$$

$$J_4 = 25.000,00 \times 10\% \rightarrow 2.500,00$$

E, por fim, obtemos o valor das prestações por meio da simples soma da amortização constante e respectivos juros, periodicamente:

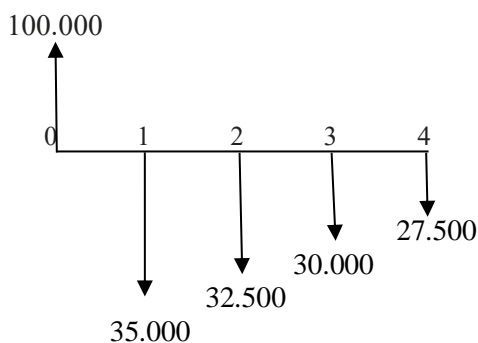
$$p_1 = 25.000,00 + 10.000,00 \rightarrow 35.000,00$$

$$p_2 = 25.000,00 + 7.500,00 \rightarrow 32.500,00$$

$$p_3 = 25.000,00 + 5.000,00 \rightarrow 30.000,00$$

$$p_4 = 25.000,00 + 2.500,00 \rightarrow 27.500,00$$

O fluxo de caixa representa a movimentação de dinheiro: entradas e saídas de caixa. Para o tomador, o valor do empréstimo é entrada e os respectivos pagamentos saídas. Simples, assim!



É importante observar que o montante de juros compostos de um empréstimo de \$ 100.000,00 é igual ao montante dessas quatro parcelas mensais de \$ 35.000,00, \$ 32.500,00, 30.000,00 e 27.500,00. Por óbvio, se conclui, matemático-financeiramente, que o Sistema SAC capitaliza juros de forma composta: **anatocismo**.

$$100.000 \times (1 + 10\%)^4 = 35.000 \times (1 + 10\%)^3 + 32.500 \times (1 + 10\%)^2 + 30.000 \times (1 + 10\%)^1 + 27.500 = 146.410,00$$

Como se verifica, tanto faz liquidar um empréstimo de \$ 100.000,00, quatro meses depois, com pagamento único de \$ 146.410,00, ou em 4 prestações mensais de \$ 35.000,00, \$ 32.500,00, 30.000,00 e 27.500,00; pois, a juros compostos de 10% ao mês, **serão equivalentes, em qualquer data focal**.

Em quaisquer sistemas de amortização, é condição *sine qua non* que os pagamentos sejam, financeiramente, equivalentes ao valor dívida, descontados à taxa periódica de juros, obedecendo ao regime de capitalização.

Desse modo, vamos calcular o valor presente do fluxo de pagamentos, para confirmar em qual regime de capitalização se realiza:

$$VP_{\text{composto}} = \frac{35.000}{(1+10\%)^1} + \frac{32.500}{(1+10\%)^2} + \frac{30.000}{(1+10\%)^3} + \frac{27.500}{(1+10\%)^4} \Rightarrow 100.000,00$$

$$VP_{\text{simples}} = \frac{35.000,00}{(1+10\% \times 1)} + \frac{32.500,00}{(1+10\% \times 2)} + \frac{30.000,00}{(1+10\% \times 3)} + \frac{27.500,00}{(1+10\% \times 4)} \Rightarrow 101.621,30$$

Como se verifica, o regime de capitalização em que iguala o valor presente dos pagamentos, descontados à taxa efetiva do empréstimo, ao valor do empréstimo de \$ 100.000,00, é o **regime de capitalização composta**.

Em quaisquer sistemas de amortização, é condição *sine qua non* que os pagamentos sejam, financeiramente, equivalentes ao valor dívida, descontados à taxa efetiva de juros, obedecendo ao regime de capitalização.

Desse modo, vamos calcular a taxa efetiva periódica de juros que iguala o valor presente dos pagamentos ao valor do empréstimo, para confirmar em qual regime de capitalização se realiza:

$$100.000,00 = \frac{35.000}{(1+i)^1} + \frac{32.500}{(1+i)^2} + \frac{30.000}{(1+i)^3} + \frac{27.500}{(1+i)^4} \Rightarrow 10,00\%$$

$$100.000,00 = \frac{35.000,00}{(1+i \times 1)} + \frac{32.500,00}{(1+i \times 2)} + \frac{30.000,00}{(1+i \times 3)} + \frac{27.500,00}{(1+i \times 4)} \Rightarrow 10,90\%$$

Como se verifica, a taxa efetiva mensal de juros que iguala o valor presente dos pagamentos ao valor do empréstimo é 10%, descontados no **regime de capitalização composta**.

Neste presente Sistema SAC, depois de obtido o valor da amortização constante mensal, calculamos, **por convenção**, o juro, por meio da incidência da taxa periódica sobre o saldo devedor anterior, a prestação pela soma da amortização e do respectivo juro e, por fim, o saldo devedor pela diferença entre o saldo devedor anterior e a amortização do período, para elaborarmos a planilha:

n	AMORTIZ.	JUROS	PRESTAÇÃO	S DEVEDOR
0				100.000,00
1	25.000,00	10.000,00	35.000,00	75.000,00
2	25.000,00	7.500,00	32.500,00	50.000,00
3	25.000,00	5.000,00	30.000,00	25.000,00
4	25.000,00	2.500,00	27.500,00	0,00
Σ	100.000,00	25.000,00	125.000,00	

Contudo, caso o devedor decida pagar a primeira prestação um mês antes, certamente, o credor jamais aceitará retirar \$ 10.000,00 de juros e receber \$ 25.000,00; porquanto, os juros contidos na primeira prestação é \$ 3.181,82 e o credor deverá receber o valor correto de \$ 31.818,82, como veremos na sequência, demonstrando que o Sistema SAC, **financeiramente, é imperfeito**, quando da separação da prestação em juros e amortização. Aliás, é surreal que, qualquer que seja o número de prestações, o valor do juro da primeira seja \$ 10.000,00!

Cabe salientar, entretanto, que a separação da prestação em juros e amortização serve, apenas, para atender à questão fisco-contábil e fundamentar decisão de investimento; porquanto, os juros são contabilizados como despesa, dedutíveis do lucro tributável, produzindo, como consequência, um benefício fiscal, o que não ocorre com a amortização, por se tratar de parte de capital.

Aliás, o fato de serem calculados sobre o saldo devedor, que é decrescente, os juros são maiores no início, **contrariamente, ao valor do dinheiro o tempo**: quanto maior o prazo, maiores serão os juros, obviamente. Logo, havendo liquidação antecipada de parcelas, há orientação para que se liquidem as últimas, por certo!

Então, a afirmação de que *o Sistema SAC capitaliza juros simples; porque, o total de juros pagos nesse sistema é \$ 25.000,00, menor que o total de juros compostos de \$ 46.410,00 = 100.000,00 x [(1+10%)⁴ -1], é risível; pois, compara valores em datas diferentes. Aliás, essa afirmação é tão absurda, que esse total de juros pagos no SAC também é menor que o próprio total de juros simples de 40.000,00 = 100.000,00 x 10% x 4.*

Além disso, como se constata, ao adotarem a convenção de calcular os juros exigidos sobre o saldo devedor anterior e considerá-los totalmente pagos, **incorrem num grave erro conceitual**; pois, o valor desses **juros exigidos** ocorre de forma invertida aos **juros devidos**, calculados, corretamente por equivalência financeira e, embora não altere o fluxo de caixa (prestações e saldos devedores), os **juros exigidos** nos sistemas usuais de amortização não expressam a realidade e se tornam, financeiramente, insustentáveis, ao longo do tempo!

Na sequência, demonstraremos como calcular os elementos e elaborar a planilha de amortização de forma **correta, financeiramente**, considerando o valor do dinheiro no tempo, sustentáculo da matemática financeira!

Primeiramente, percebemos que, financeiramente, o cálculo do saldo devedor depende, apenas, do valor do saldo devedor anterior (quanto se deve) e da prestação (quanto se paga); aliás, é o que interessa para o tomador do empréstimo, e independe de como se separa a prestação em juros e amortização, que ocorre, apenas, para atender a uma condição fisco-contábil.

n	SD ANTES	PAGAMENTO	SD DEPOIS
0			100.000,00
1	110.000,00	35.000,00	75.000,00
2	82.500,00	32.500,00	50.000,00
3	55.000,00	30.000,00	25.000,00
4	27.500,00	27.500,00	0,00

Como se verifica, depois de calcularmos o valor das prestações, teremos, ao final do primeiro período uma dívida de \$ 110.000,00, que é o valor do empréstimo (SD₀), capitalizado um período a 10%, quando, então, pagaremos a primeira prestação, no valor de \$ 35.000,00 e, por estarem na mesma data focal (1), simplesmente, fazemos a diferença para obter o saldo devedor de \$ 75.000,00. E, assim, sucessivamente, como se comprova:

$$SD_1 = SD_0 \times (1+i) - p_1 \Rightarrow SD_1 = 100.000,00 \times (1+10\%) - 35.000,00 \Rightarrow 75.000,00$$

$$SD_2 = SD_1 \times (1+i) - p_2 \Rightarrow SD_2 = [SD_0 \times (1+i)^1 - p_1] \times (1+i) - p_2 \Rightarrow SD_2 = SD_0 \times (1+i)^2 - p_1 \times (1+i) - p_2$$

$$SD_2 = 100.000,00 \times (1+10\%)^2 - 35.000,00 \times (1+10\%)^1 - 32.500,00 \Rightarrow 50.000,00$$

$$SD_3 = SD_2 \times (1+i) - p_3 \Rightarrow SD_3 = SD_0 \times (1+i)^3 - p_1 \times (1+i)^2 + p_2 \times (1+i)^1 - p_3$$

$$SD_3 = 100.000,00 \times (1+10\%)^3 - 35.000,00 \times (1+10\%)^2 + 32.500,00 \times (1+10\%) - 30.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

$$SD_4 = SD_3 \times (1+i) - p_4 \Rightarrow SD_4 = SD_0 \times (1+i)^4 - p_1 \times (1+i)^3 + p_2 \times (1+i)^2 - p_3 \times (1+i)^1$$

$$SD_4 = 100.000,00 \times (1+10\%)^4 - 35.000,00 \times (1+10\%)^3 + 32.500,00 \times (1+10\%)^2 - 30.000,00 \times (1+10\%)^1 \Rightarrow 0$$

Nota-se, com certa facilidade, a incidência da taxa de **juros sobre juros: anatocismo**, com o surgimento dos fatores de capitalização composta (1+10%)², (1+10%)³, (1+10%)⁴, comprovando, cientificamente, que os saldos devedores contêm juros, **fulminando a esquisita e falsa narrativa** de que *ao pagarmos as prestações estamos liquidando todo juro e, por consequência, não restam juros nos saldos devedores.*

Desta forma, constata-se que o saldo devedor de um período qualquer independe do valor do juro e da amortização. Isso quer dizer que, a princípio, o juro e a amortização podem tomar qualquer valor, desde que a soma seja igual ao valor da prestação e o total das amortizações seja igual ao valor do empréstimo; pois, não altera o valor do fluxo de pagamentos e saldos devedores. Destaque-se que **essa relação é aplicável a qualquer sistema de amortização em que a taxa de juros incida sobre o saldo devedor.**

Então, a incidência da taxa sobre o saldo devedor anterior para calcular o juro do período e a amortização pela diferença deste com o valor da prestação **são meras convenções** adotadas pelos idealizadores dos sistemas; porquanto, a Matemática Financeira considera o valor do empréstimo e as prestações para liquidá-lo, entrada e saídas do fluxo de caixa, não importando se a título de juros ou amortização, que têm sentido, apenas, para **atender a questões fisco-contábeis.**

Além disso, é importante ressaltar que os saldos devedores são, também, o valor presente das parcelas vincendas (parcelas a pagar), **descapitalizadas de forma composta**, como se comprova:

$$SD_1 = \frac{32.500}{(1+10\%)^1} + \frac{30000}{(1+10\%)^2} + \frac{27.500}{(1+10\%)^3} \Rightarrow 75.000,00$$

$$SD_2 = \frac{30.000}{(1+10\%)^1} + \frac{27.500}{(1+10\%)^2} \Rightarrow 50.000,00$$

$$SD_3 = \frac{27.500}{(1+10\%)^1} \Rightarrow 25.000,00$$

Honestamente, não há como negar que os saldos devedores contêm juros, mesmo realizando grande esforço nas falaciosas narrativas!

Cabe ressaltar, ainda, que os saldos devedores são, também, a diferença entre o valor do empréstimo e o valor presente das amortizações relativas às parcelas pagas, constituindo-se no saldo devedor na data zero, depois **capitalizado, de forma composta**, até a data pretendida, como se comprova:

$$SD_1 = \left[100.000 - \frac{35.000}{(1+10\%)^1} \right] \times (1+10\%)^1 \Rightarrow 75.000,00$$

$$SD_2 = \left[100.000 - \left(\frac{35.000}{(1+10\%)^1} + \frac{32.500}{(1+10\%)^2} \right) \right] \times (1+10\%)^2 \Rightarrow 50.000,00$$

$$SD_3 = \left[100.000 - \left(\frac{35.000}{(1+10\%)^1} + \frac{32.500}{(1+10\%)^2} + \frac{30.000}{(1+10\%)^3} \right) \right] \times (1+10\%)^3 \Rightarrow 25.000,00$$

$$SD_4 = \left[100.000 - \left(\frac{35.000}{(1+10\%)^1} + \frac{32.500}{(1+10\%)^2} + \frac{30.000}{(1+10\%)^3} + \frac{27.500}{(1+10\%)^4} \right) \right] \times (1+10\%)^4 \Rightarrow 0$$

Nota-se, mais uma vez, a incidência da taxa de **juros sobre juros: anatocismo**, com o surgimento dos fatores de capitalização composta $(1+10\%)^2$, $(1+10\%)^3$, $(1+10\%)^4$, comprovando, cientificamente, que os saldos devedores contêm juros. Honestamente, com tantas comprovações científicas, não há como negar que os saldos devedores contêm juros, mesmo realizando grande esforço nas tolices!

Então, a narrativa de que, **ao liquidarmos a prestação, pagamos totalmente os juros e que nos saldos devedores não há juros** é completamente absurda, caindo por terra o argumento de que não há a incidência de **juros sobre juros: anatocismo**, quando a taxa de juros incide sobre esses saldos devedores.

Ressalte-se: depois de incorporados os juros, somente os liquidamos integralmente quando liquidamos todo o empréstimo. Caso contrário, sempre restarão juros nos saldos devedores; pois, pagamos, sempre, montantes (juros e amortização) e restam montantes (capital + juros).

É importante frisar, como se observa, que essas comprovações matemático-financeiras servem para qualquer sistema de amortização em que a taxa de juros incida sobre os saldos devedores. No entanto, é oportuno lembrar que todos os saldos devedores contêm juros (VDT); **inclusive, nos sistemas de amortização em juros simples**; porém, por óbvio, nesses sistemas, a taxa de juros não incide sobre esses saldos devedores e, sim, sobre as parcelas de capital (amortização), como comprovaremos, logo na sequência.

Depois de ficar clarividente que os saldos devedores contêm juros; pois, são os montantes dos saldos devedores na data zero, vamos calcular os valores das **amortizações efetivamente realizadas**, tomando como base esses mesmos saldos devedores (montantes).

Ao descapitalizarmos o saldo devedor (montante) depois do pagamento da primeira prestação (SD_1), desincorporando os juros contidos, teremos o saldo devedor na data zero, depois da primeira amortização. Então, o valor da diferença entre o valor do empréstimo e o valor desse novo saldo devedor, financeiramente, será o valor da primeira amortização:

$$A_1 = 100.000 - \frac{75.000}{(1+10\%)} \Rightarrow 31.818,18$$

Ao descapitalizarmos o saldo devedor depois do pagamento da segunda prestação (SD_2), desincorporando os juros, teremos o saldo devedor na data zero, depois da primeira e segunda amortizações. Então, o valor da diferença entre o valor do empréstimo e o valor desse novo saldo devedor, deduzindo a primeira amortização (A_1), financeiramente, será o valor da segunda amortização, e assim por diante:

$$A_2 = 100.000 - \frac{50.000}{(1+10\%)^2} - 31.818,18 \Rightarrow 26.859,51$$

$$A_3 = 100.000 - \frac{25.000}{(1+10\%)^3} - 31.818,18 - 26.859,51 \Rightarrow 22.539,44$$

Como o saldo devedor depois do pagamento da última prestação (SD_4) deve ser zero, o valor da quarta e última amortização será a diferença entre o valor do empréstimo e as amortizações havidas:

$$A_4 = 100.000 - 31.818,18 - 26.859,51 - 22.539,44 \Rightarrow 18.782,87$$

Como se percebe, com certa facilidade, quando descapitalizamos o valor da prestação, desincorporando os juros, estamos calculando o valor correto da respectiva amortização: conclusão aplicável em **quaisquer sistemas de amortização**, inclusive em juros simples. Por conseguinte, mesmo que possa soar estranho, **a amortização do SAC, financeiramente, não é constante!**

Além disso, aproveitando que todos já devem ter entendido que amortização é capital ou parte do capital (valor presente), é importante salientar que, ao descapitalizarmos o valor de cada prestação, desincorporando os respectivos juros, podemos obter os valores das **amortizações**, efetivamente, **realizadas**, ratificando os cálculos e resultados anteriores, por meio do saldo devedor. Por consequência, como em todo pagamento há juro e amortização, conclui-se que o valor correto do juro será a diferença entre o pagamento e amortização:

$$A_1 = \frac{35.000}{(1+10\%)^1} \Rightarrow 31.818,18 \quad \therefore \quad J_1 = 35.000,00 - 31.818,18 \Rightarrow 3.181,82$$

$$A_2 = \frac{32.500}{(1+10\%)^2} \Rightarrow 26.859,51 \quad \therefore \quad J_2 = 32.500,00 - 26.859,51 \Rightarrow 5.640,50$$

$$A_3 = \frac{30.000}{(1+10\%)^3} \Rightarrow 22.539,44 \quad \therefore \quad J_3 = 30.000,00 - 22.539,44 \Rightarrow 7.460,56$$

$$A_4 = \frac{27.500}{(1+10\%)^4} \Rightarrow 18.782,87 \quad \therefore \quad J_4 = 27.500,00 - 18.782,87 \Rightarrow 8.717,13$$

Ressalte-se que os juros, também, podem ser calculados sobre o valor de cada amortização, ratificando que podemos considerar como se fossem 4 empréstimos distintos, cujos montantes serão os valores das prestações:

$$J_1 = 31.818,18 \times [(1+10\%)^1 - 1] \Rightarrow 3.181,82 \quad \therefore \quad M_1 = 31.818,18 + 3.181,82 \Rightarrow 35.000,00$$

$$J_2 = 26.859,50 \times [(1+10\%)^2 - 1] \Rightarrow 5.640,50 \quad \therefore \quad M_2 = 26.859,50 + 5.640,50 \Rightarrow 32.500,00$$

$$J_3 = 22.539,44 \times [(1+10\%)^3 - 1] \Rightarrow 7.460,56 \quad \therefore \quad M_3 = 22.539,44 + 7.460,56 \Rightarrow 30.000,00$$

$$J_4 = 18.782,87 \times [(1+10\%)^4 - 1] \Rightarrow 8.717,13 \quad \therefore \quad M_4 = 18.782,87 + 8.717,13 \Rightarrow 27.500,00$$

Fica muito claro, então, que realizar um único empréstimo de \$ 100.000,00 é o mesmo que realizar quatro empréstimos distintos de \$ 31.818,18, \$ 26.859,50, 22.539,44 e 18.782,87; porquanto, em ambos os casos, pagaremos quatro prestações mensais de \$ 35.000,00, \$ 32.500,00, \$ 30.000,00 e 27.500,00, qualquer que seja a data focal adotada, por se tratar de juros compostos, que exige o fracionamento de prazo e a cindibilidade do valor presente e valor futuro.

SAC ORIGINAL EM JUROS COMPOSTOS – EQUIVALÊNCIA (VDT)

Em consequência, depois de obtidos, **financeiramente**, todos os elementos, revela-se muito simples montar a planilha de amortização do **SAC original em Juros Compostos (VDT)**, correta financeiramente, evidenciando que não há prioridade entre juros e amortização; pois, além de serem pagos, concomitantemente, fica a critério de cada um calcular, primeiramente, o juro ou a amortização:

n	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	S DEVEDOR	FATOR JC
0				100.000,00	
1	35.000,00	3.181,82	31.818,18	75.000,00	0,9090909
2	32.500,00	5.640,50	26.859,50	50.000,00	0,8264463
3	30.000,00	7.460,56	22.539,44	25.000,00	0,7513148
4	27.500,00	8.717,13	18.782,87	0,00	0,6830135
∑	125.000,00	25.000,00	100.000,00		3,1698654

Agora, se o devedor resolver pagar a primeira prestação um mês antes, certamente, o credor aceitará receber \$ 31.818,18; porquanto, \$ 3.181,82 são, efetivamente, os juros contidos na primeira prestação.

Nota-se, com muita facilidade, que os valores de cada **amortização, não constantes, é resultado**, também, **da multiplicação do valor da prestação pelo respectivo fator de descapitalização**, como deve ocorrer em todos os sistemas de amortização.

Consequentemente, o valor do **juro é resultado**, também, **da multiplicação da taxa pelo valor da respectiva amortização e prazo**, produzindo valores invertidos, menores no início, em relação ao Sistema de Amortização Constante – SAC. Por óbvio, não se trata de meras coincidências e, sim, de pura matemática financeira, como comprovamos, exaustivamente!

Logo, a afirmação de que **O fator decisivo para a presença do anatocismo é a definição do critério a ser usado no desdobramento das prestações em suas parcelas de amortização e juros** é falaciosa; porque, financeiramente, só se permite uma única separação, como comprovamos e ratificamos, cientificamente. **Qualquer outra separação servirá, apenas, para efeito fisco-contábil, sem qualquer sentido financeiro!**

Fica patente, então, que podemos considerar como se fossem quatro empréstimos distintos, cujos montantes são os valores das prestações do Sistema de Amortização Constante – SAC, como se ratifica na planilha seguinte, desdobrando os juros a cada período:

Empréstimos Amortização	VALOR DOS JUROS COMPOSTOS MENSAIS				Pagamentos		Saldo
	1	2	3	4	∑ Juros	Prestação	Devedor
0							100.000,00
1	31.818,18	3.181,82			3.181,82	35.000,00	75.000,00
2	26.859,50	2.685,95	2.954,55		5.640,50	32.500,00	50.000,00
3	22.539,44	2.253,94	2.479,34	2.727,27	7.460,56	30.000,00	25.000,00
4	18.782,87	1.878,29	2.066,12	2.272,73	2.500,00	8.717,13	27.500,00
∑	100.000,00	10.000,00	7.500,00	5.000,00	2.500,00	25.000,00	125.000,00

Como se verifica na correta planilha de amortização, \$ 10.000,00 correspondem, efetivamente, ao somatório dos juros do primeiro mês dos quatro empréstimos distintos e não ao juro do primeiro mês do SAC; \$ 7.500,00 correspondem ao somatório dos juros do segundo mês dos três empréstimos distintos e não ao juro do segundo mês do SAC, e assim por diante.

Então, a insensata e bizarra afirmação de que **considerar as prestações do financiamento como a soma de vários financiamentos independentes é uma mera construção teórica, que não faz sentido jurídico-financeiro** não nos parece crível que tenha origem em renomados professores de matemática financeira.

Simple, assim: toda prestação é valor futuro e ao descapitalizarmos (desincorporarmos os juros), dividindo a prestação pelo fator de capitalização ou multiplicando pelo fator de descapitalização, calculamos a parcela de capital (amortização), **independentemente do sistema de amortização e do regime de capitalização.**

Da mesma forma, é um contrassenso a afirmação de que o **Sistema de Amortização Constante Original em Juros Composto é “Distorcido”**; porquanto, como cientificamente demonstrado, é o sistema, financeiramente, correto, diferentemente do Sistema SAC, em que o cálculo dos juros e das amortizações se baseia em mera **convenção**; porém, convenhamos, **aceitável em termos fisco-contábeis**; mas, aí, o problema é da Receita Federal. Em conclusão, o Sistema SAC, sim, poderia ser chamado de distorcido, financeiramente!

Assim, a afirmação de que **o pagamento dos juros tem prioridade sobre o pagamento das amortizações**, evidencia falta de sensatez; porquanto, quando liquidamos uma prestação, estamos pagando, ao mesmo tempo, juros e amortização. Ademais, a legislação jamais terá prioridade sobre a ciência exata da Matemática Financeira: os Sistemas de Amortização que calculam juros sobre o saldo devedor não vão deixar de ser compostos, mesmo que a justiça venha a desejar!

Portanto, prezados, depois de todas as comprovações matemático-financeiras, não há como sustentar, cientificamente, que os sistemas de amortização que calculam juros sobre os saldos devedores anteriores não os **capitalizam de forma composta (juros sobre juros): anatocismo**, como é o caso presente do Sistema de Amortização Constante - SAC.

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE EM JUROS COMPOSTOS – EQUIVALÊNCIA (VDT)

Adotando o mesmo exemplo de um empréstimo de \$ 100.000,00, a ser liquidado em quatro prestações mensais, com amortizações constantes, à taxa de juros compostos de 10% ao mês, elaborar a planilha de amortização do Sistema de Amortização Constante em Juros Compostos – Equivalência (VDT).

Como verificamos, as amortizações no SAC original, **financeiramente, não são constantes**. Para que sejam, de fato, constantes, teríamos que considerar como se fossem quatro empréstimos distintos de mesmo valor, igual às amortizações, em que as prestações seriam, por óbvio, crescentes geometricamente, com razão igual ao fator de capitalização: $(1+i)$, validando a óbvia e máxima financeira de que, quanto maior o prazo maior será o juro contido nas prestações.

Primeiramente, obtemos o valor da amortização constante, pelo quociente entre o valor do empréstimo e o número de parcelas:

$$A = 100.000,00 \div 4 \rightarrow 25.000,00$$

Em seguida, calculamos os **juros compostos** sobre cada empréstimo, considerando os respectivos prazos:

$$J_1 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^1 - 1] \Rightarrow 2.500,00 \quad \therefore \quad J_2 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^2 - 1] \Rightarrow 5.250,00$$

$$J_3 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^3 - 1] \Rightarrow 8.275,00 \quad \therefore \quad J_4 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^4 - 1] \Rightarrow 11.602,50$$

Depois calculamos o valor das prestações de cada período, somando a amortização constante e seus juros:

$$p_1 = 25.000,00 + 2.500,00 \Rightarrow 27.500,00 \quad \therefore \quad p_2 = 25.000,00 + 5.250,00 \Rightarrow 30.250,00$$

$$p_3 = 25.000,00 + 8.275,00 \Rightarrow 33.275,00 \quad \therefore \quad p_4 = 25.000,00 + 11.602,50 \Rightarrow 36.602,50$$

Por fim, calculamos os saldos devedores, capitalizando o saldo devedor anterior por um período e, posteriormente, subtraindo o valor da prestação do período:

$$SD_1 = 100.000 \times (1+10\%) - 27.500 \Rightarrow 82.500,00 \quad \therefore \quad SD_2 = 82.500 \times (1+10\%) - 30.250,00 \Rightarrow 60.500,00$$

$$SD_3 = 60.500 \times (1+10\%) - 33.275 \Rightarrow 33.275,00 \quad \therefore \quad SD_4 = 33.275 \times (1+10\%) - 36.602,50 \Rightarrow 0,00$$

Sendo assim, ao manter o valor das amortizações constantes e aplicando o princípio do valor do dinheiro no tempo, a juros compostos, estamos criando um sistema de amortização constante, em que as prestações iniciam com valor inferior ao do SAC; porém, crescem em progressão geométrica, produzindo um aumento no total dos juros desembolsados; todavia, o custo de capital é, rigorosamente, o mesmo do SAC = 10% ao mês.

Primeiramente, percebemos que, financeiramente, o cálculo do saldo devedor depende, apenas, do valor do saldo devedor anterior (quanto se deve) e da prestação (quanto se paga); aliás, é o que interessa para o tomador do empréstimo e independe de como se separa a prestação em juros e amortização, que ocorre para atender, apenas, a uma condição fisco-contábil.

n	SD ANTES	PAGAMENTO	SD DEPOIS
0			100.000,00
1	110.000,00	27.500,00	82.500,00
2	90.750,00	30.250,00	60.500,00
3	66.550,00	33.275,00	33.275,00
4	36.602,50	36.602,50	0,00

Como se verifica, depois de calcularmos o valor das prestações, teremos, ao final do primeiro período uma dívida de \$ 110.000,00, que é o valor do empréstimo (saldo devedor zero), capitalizado um período a 10%, quando, então, pagaremos a primeira prestação, no valor de \$ 27.500,00 e, por estarem na mesma data focal (1), simplesmente, fazemos a diferença para obter o saldo devedor de \$ 82.500,00.

Ao final do segundo período a dívida é de \$ 90.750,00, que é o valor do saldo devedor na data 1, capitalizado um período a 10%, quando, então, pagaremos a segunda prestação, no valor de \$ 30.250,00 e, por estar na mesma data focal, simplesmente, fazemos a diferença para obter o saldo devedor de \$ 60.500,00. E, assim, sucessivamente, até à liquidação da dívida.

Desta forma, constata-se que o saldo devedor de um período qualquer independe do valor do juro e da amortização. Isso quer dizer que, a princípio, o juro e a amortização podem tomar qualquer valor, desde que a soma desde que a sua soma seja igual ao valor da prestação e o total das amortizações seja igual ao valor do empréstimo; pois, não altera o valor do fluxo de pagamentos e saldos devedores. Destaque-se que essa relação é aplicável a qualquer sistema de amortização em que a taxa de juros incida sobre o saldo devedor.

Então, a planilha de amortização do Sistema de Amortização Constante em Juros Compostos - VDT, será:

n	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PAGAMENTO	S DEVEDOR	FATOR JC
0				100.000,00	
1	25.000,00	2.500,00	27.500,00	82.500,00	0,9090909
2	25.000,00	5.250,00	30.250,00	60.500,00	0,8264463
3	25.000,00	8.275,00	33.275,00	33.275,00	0,7513148
4	25.000,00	11.602,50	36.602,50	0,00	0,6830135
Σ	100.000,00	27.627,50	127.627,50		3,1698654

Agora, caso o devedor decida pagar a primeira prestação um mês antes, certamente, o **credor aceitará** retirar \$ 2.500,00 de juros e receber \$ 27.500,00; porquanto, esses são os juros, efetivamente, contidos na primeira prestação, e assim, nas prestações subsequentes, demonstrando que o **Sistema SAC em Juros Compostos - SACJC, financeiramente, é perfeito**, inclusive, quando da separação da prestação em juros e amortização.

Nota-se, com muita facilidade, que o valor de cada amortização é, também, resultado da multiplicação do valor da prestação pelo respectivo fator de descapitalização. Consequentemente, o valor do juro é, também, resultado da multiplicação da taxa pelo valor da respectiva amortização e prazo, produzindo valores menores no início, invertidos em relação ao SAC. Por óbvio, não se trata de meras coincidências e, sim, de pura matemática financeira, como comprovamos, exaustivamente!

Além disso, é importante ressaltar que os saldos devedores são, também, o valor presente das parcelas vincendas (parcelas a pagar), **descapitalizadas de forma composta**, como se comprova:

$$SD_1 = \frac{30.250,00}{(1+10\%)^1} + \frac{33.275,00}{(1+10\%)^2} + \frac{36.602,50}{(1+10\%)^3} \Rightarrow 82.500,00$$

$$SD_2 = \frac{33.275,00}{(1+10\%)^1} + \frac{36.602,50}{(1+10\%)^2} \Rightarrow 60.500,00$$

$$SD_1 = \frac{36.602,50}{(1+10\%)^2} \Rightarrow 33.275,00$$

Cabe ressaltar, ainda, que os saldos devedores são, também, a diferença entre o valor do empréstimo e o valor presente das amortizações (parcelas pagas), constituindo-se no saldo devedor na data zero, capitalizado até a data pretendida, como se comprova:

$$SD_1 = \left[100.000 - \frac{27.500}{(1+10\%)^1} \right] \times (1+10\%)^1 \Rightarrow 82.500,00$$

$$SD_2 = \left[100.000 - \left(\frac{27.500}{(1+10\%)^1} + \frac{30.250}{(1+10\%)^2} \right) \right] \times (1+10\%)^2 \Rightarrow 60.500,00$$

$$SD_3 = \left[100.000 - \left(\frac{27.500}{(1+10\%)^1} + \frac{30.250}{(1+10\%)^2} + \frac{33.275}{(1+10\%)^3} \right) \right] \times (1+10\%)^3 \Rightarrow 33.275,00$$

$$SD_4 = \left[100.000 - \left(\frac{27.500}{(1+10\%)^1} + \frac{30.250}{(1+10\%)^2} + \frac{33.275}{(1+10\%)^3} + \frac{36.602,50}{(1+10\%)^4} \right) \right] \times (1+10\%)^4 \Rightarrow 0$$

Depois de determinarmos os saldos devedores de várias formas e demonstrar que neles contêm juros (montantes), vamos calcular os valores das **amortizações efetivamente realizadas**, tomando como base esses mesmos saldos devedores.

Ao descapitalizarmos o saldo devedor depois do pagamento da primeira prestação (SD_1), desincorporando (descapitalizando) os juros, teremos o saldo devedor na data zero, depois da primeira amortização. Então, o valor da diferença entre o valor do empréstimo e o valor desse novo saldo devedor será o valor da primeira amortização, por óbvio:

$$A_1 = 100.000 - \frac{82.500,00}{(1+10\%)} \Rightarrow 25.000,00$$

Ao descapitalizarmos o saldo devedor depois do pagamento da segunda prestação (SD_2), desincorporando (descapitalizando) os juros, teremos o saldo devedor na data zero, depois da primeira e segunda amortizações. Então, o valor da diferença entre o valor do empréstimo e o valor desse novo saldo devedor, deduzindo a primeira amortização (A_1), será o valor da segunda amortização e, assim sucessivamente, por óbvio:

$$A_2 = 100.000 - \frac{60.500,00}{(1+10\%)^2} - 25.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

$$A_3 = 100.000 - \frac{33.275,00}{(1+10\%)^3} - 25.000,00 - 25.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

Como o saldo devedor, depois do pagamento da última prestação (SD_4), deve ser zero, o valor da quarta e última amortização será a diferença entre o valor do empréstimo e as amortizações havidas:

$$A_4 = 100.000 - 25.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

Como se percebe, com certa facilidade, quando descapitalizamos o valor da prestação, desincorporando os juros, estamos calculando o valor da respectiva amortização: conclusão aplicável em **quaisquer sistemas de amortização**, inclusive em juros simples. Por conseguinte, a amortização do SACJC – Equivalência (VDT), como sói acontecer, é constante, diferentemente do SAC original em Juros Composto.

Além disso, aproveitando que todos já devem ter entendido que amortização é capital ou parte do capital (valor presente), é importante salientar que, ao descapitalizarmos o valor de cada prestação, desincorporando os respectivos juros, podemos obter os valores das **amortizações, efetivamente, realizadas**, ratificando os cálculos anteriores, por meio do saldo devedor. Por consequência, como em todo pagamento há juro e amortização, conclui-se que o valor de cada juro será a diferença entre o pagamento e, respectiva, amortização:

$$A_1 = \frac{27.500,00}{(1+10\%)^1} \Rightarrow 25.000,00 \quad \therefore J_1 = 27.500,00 - 25.000,00 \Rightarrow 2.500,00$$

$$A_2 = \frac{31.250,00}{(1+10\%)^2} \Rightarrow 25.000,00 \quad \therefore J_2 = 31.250,00 - 25.000,00 \Rightarrow 5.250,00$$

$$A_3 = \frac{33.275,00}{(1+10\%)^3} \Rightarrow 25.000,00 \quad \therefore J_3 = 33.275,00 - 25.000,00 \Rightarrow 8.275,00$$

$$A_4 = \frac{36.602,50}{(1+10\%)^4} \Rightarrow 25.000,00 \quad \therefore J_4 = 36.602,50 - 25.000,00 \Rightarrow 11.602,50$$

Ressalte-se que os juros, também, podem ser calculados sobre o valor de cada amortização, ratificando que podemos considerar como se fossem 4 empréstimos distintos, cujos montante são os valores das prestações:

$$J_1 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^1 - 1] \Rightarrow 2.500,00 \quad \therefore M_1 = 25.000,00 + 2.500,00 \Rightarrow 27.500,00$$

$$J_2 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^2 - 1] \Rightarrow 5.250,00 \quad \therefore M_2 = 25.000,00 + 5.250,00 \Rightarrow 30.250,00$$

$$J_3 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^3 - 1] \Rightarrow 8.275,00 \quad \therefore M_3 = 25.000,00 + 8.275,00 \Rightarrow 33.275,00$$

$$J_4 = 25.000,00 \times [(1+10\%)^4 - 1] \Rightarrow 11.602,50 \quad \therefore M_4 = 25.000,00 + 11.602,50 \Rightarrow 36.602,50$$

Fica muito claro, então, que realizar um único empréstimo de \$ 100.000,00 é o mesmo que realizar quatro empréstimos distintos de \$ 25.000,00 cada; portanto, em ambos os casos, pagaremos quatro prestações mensais de \$ 27.500,00, \$ 30.250,00, \$ 33.275,00 e 36.602,50, qualquer que seja a data focal adotada, como se ratifica na planilha seguinte, desdobrando os juros compostos a cada período:

Empréstimos	VALOR DOS JUROS COMPOSTOS MENSAIS				Pagamentos		Saldo	
	Amortização	1	2	3	4	∑ Juros	Prestação	Devedor
0								100.000,00
1	25.000,00	2.500,00				2.500,00	27.500,00	82.500,00
2	25.000,00	2.500,00	2.750,00			5.250,00	30.250,00	60.500,00
3	25.000,00	2.500,00	2.750,00	3.025,00		8.275,00	33.275,00	33.275,00
4	25.000,00	2.500,00	2.750,00	3.025,00	3.327,50	11.602,50	36.602,50	0,00
∑	100.000,00	10.000,00	8.250,00	6.050,00	3.327,50	27.627,50	127.627,50	

Como se verifica na correta planilha de amortização constante, \$ 10.000,00 correspondem, efetivamente, ao somatório dos juros do 1º mês dos quatro empréstimos distintos e não ao juro do 1º mês do SAC; \$ 7.500,00 correspondem ao somatório dos juros do 2º mês dos 3 empréstimos distintos e não ao juro do 2º mês do SAC, e assim por diante.

Então, a insensata e bizarra afirmação de que *considerar as prestações do financiamento como a soma de vários financiamentos independentes é uma mera construção teórica, que não faz sentido jurídico-financeiro* não nos parece crível que tenha origem em renomados professores de matemática financeira.

Simples, assim, prezados: toda prestação é valor futuro e ao descapitalizarmos (desincorporarmos os juros), dividindo a prestação pelo fator de capitalização ou multiplicando pelo fator de descapitalização, estamos calculando a parcela de capital (amortização), **independentemente do sistema de amortização e do regime de capitalização.**

Da mesma forma, é um contrassenso a afirmação irrefletida de que o Sistema de Amortização Constante em Juros Composto é “**Distorcido**”; porquanto, como demonstrado, cientificamente, é o sistema, financeiramente, correto, diferentemente do Sistema SAC, em que o cálculo dos juros e, por consequência das amortizações, se baseia em **mera convenção, financeiramente insustentável**; porém, convenhamos, aceitável em termos fisco-contábeis. O Sistema SAC, sim, poderia ser chamado de distorcido, financeiramente!

Assim, a afirmação de que o pagamento dos juros tem prioridade sobre o pagamento das amortizações evidencia falta de sensatez; porquanto, quando liquidamos uma prestação, estamos pagando, ao mesmo tempo, juros e amortização. Ademais, a legislação **jamais terá prioridade sobre a ciência exata da Matemática Financeira**: os Sistemas de Amortização que calculam juros sobre o saldo devedor não vão deixar de ser compostos, mesmo que a justiça venha a desejar!

Portanto, prezados, não há como sustentar, cientificamente, que os sistemas de amortização que calculam juros sobre os saldos devedores anteriores não os **capitalizam de forma composta (juros sobre juros): anatocismo**, como, também, é o caso do SAC em Juros Compostos – Equivalência (VDT).

SISTEMA DE PRESTAÇÃO CONSTANTE EM JUROS SIMPLES – EQUIVALÊNCIA (VDT)

Adotando o mesmo exemplo de um empréstimo de \$ 100.000,00, a ser liquidado em quatro prestações mensais, **com amortizações constantes**, à taxa de juros simples de 10% ao mês, elaborar a planilha de amortização no Sistema de Amortização Constante em Juros Simples – Equivalência (VDT), para ratificar, mais uma vez, que os sistemas que calculam os juros sobre os saldos devedores cobram juros sobre juros = juro composto: **anatocismo**.

Primeiramente, vamos obter o valor da amortização constante, pelo quociente entre o valor do empréstimo e o número de parcelas:

$$A = 100.000,00 \div 4 \rightarrow 25.000,00$$

Em seguida, calculamos os **juros simples** sobre cada empréstimo, considerando os respectivos prazos:

$$J_1 = 25.000,00 \times 10\% \times 1 \Rightarrow 2.500,00 \quad \therefore \quad J_2 = 25.000,00 \times 10\% \times 2 \Rightarrow 5.000,00$$

$$J_3 = 25.000,00 \times 10\% \times 3 \Rightarrow 7.500,00 \quad \therefore \quad J_4 = 25.000,00 \times 10\% \times 4 \Rightarrow 10.000,00$$

Depois calculamos o valor das prestações de cada período, somando a amortização e respectivos juros:

$$p_1 = 25.000,00 + 2.500,00 \Rightarrow 27.500,00 \quad \therefore \quad p_2 = 25.000,00 + 5.000,00 \Rightarrow 30.000,00$$

$$p_3 = 25.000,00 + 7.500,00 \Rightarrow 32.500,00 \quad \therefore \quad p_4 = 25.000,00 + 10.000,00 \Rightarrow 35.000,00$$

Por fim, calculamos os saldos devedores, por meio da obrigatória equivalência na data focal zero, diferença entre o valor do empréstimo e as amortizações havidas, para depois capitalizar até à data pretendida:

$$SD_1 = (100.000,00 - 25.000,00) \times (1 + 10\% \times 1) \Rightarrow 82.500,00$$

$$SD_2 = (100.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00) \times (1 + 10\% \times 2) \Rightarrow 60.000,00$$

$$SD_3 = (100.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00) \times (1 + 10\% \times 3) \Rightarrow 32.500,00$$

$$SD_4 = (100.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00) \times (1 + 10\% \times 4) \Rightarrow 0,00$$

Sendo assim, ao manter o valor das amortizações constantes e aplicando o princípio do valor do dinheiro no tempo, **a juros simples**, estamos criando um sistema de amortização, em que as prestações iniciam com valor bastante inferior ao do SAC; porém, crescentes em progressão aritmética, produzindo valor total de juros desembolsados = \$ 25.000,00, igual ao do SAC, em **valores invertidos**, crescentes em progressão aritmética. Então, a planilha de amortização do Sistema de Amortização Constante em Juros Simples - SPCJS, será:

n	AMORTIZAÇÃO	JUROS	PAGAMENTO	S DEVEDOR	FATOR JS
0				100.000,00	
1	25.000,00	2.500,00	27.500,00	82.500,00	0,9090909
2	25.000,00	5.000,00	30.000,00	60.000,00	0,8333333
3	25.000,00	7.500,00	32.500,00	32.500,00	0,7692308
4	25.000,00	10.000,00	35.000,00	0,00	0,7142857
Σ	100.000,00	25.000,00	125.000,00		3,2259407

Contudo, caso o devedor decida pagar a primeira prestação um mês antes, certamente, o **creditor aceitará** retirar \$ 2.500,00 de juros e receber \$ 27.500,00; porquanto, esses são os juros simples contidos na primeira prestação, e assim, nas prestações subsequentes, demonstrando que o **Sistema SAC em Juros Simples - SACJS, financeiramente, é perfeito**, inclusive, quando da separação da prestação em juros e amortização.

Nota-se, com muita facilidade, que o valor de cada amortização é, também, resultado da multiplicação do valor da prestação pelo respectivo fator de descapitalização e o valor do juro pelo produto da taxa pelo valor da respectiva amortização e prazo, ou pelo inverso do fator de descapitalização, resultando em valores invertidos em relação ao SAC.

Finalmente, o saldo devedor, pela diferença entre o saldo devedor na data zero (valor do empréstimo) e as amortizações havidas, capitalizando essa diferença até o período desejado. Por óbvio, não se trata de meras coincidências e, sim, de pura matemática financeira, como comprovamos, exaustivamente!

Depois de ficar clarividente que **os saldos devedores contêm juros simples**; pois são os montantes de juros simples dos saldos devedores na data zero, vamos calcular os valores das amortizações efetivamente realizadas, tomando como base esses mesmos saldos devedores.

Ao descapitalizarmos o saldo devedor depois do pagamento da primeira prestação (SD_1), desincorporando os juros simples, teremos o saldo devedor na data zero, depois da primeira amortização. Então, o valor da diferença entre o valor do empréstimo e o valor desse novo saldo devedor será o valor da primeira amortização:

$$A_1 = 100.000 - \frac{82.500,00}{(1 + 10\% \times 1)} \Rightarrow 25.000,00$$

Ao descapitalizarmos o saldo devedor depois do pagamento da segunda prestação (SD_2), desincorporando os juros simples, teremos o saldo devedor na data zero, depois da primeira e segunda amortizações. Então, o valor da diferença entre o valor do empréstimo e o valor desse novo saldo devedor, deduzindo a primeira amortização (A_1), será o valor da segunda amortização, e assim, sucessivamente:

$$A_2 = 100.000 - \frac{60.000,00}{(1 + 10\% \times 2)} - 25.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

$$A_3 = 100.000 - \frac{32.500,00}{(1 + 10\% \times 3)} - 25.000,00 - 25.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

Como o saldo devedor depois do pagamento da última prestação (SD_4) deve ser zero, o valor da quarta e última amortização será a diferença entre o valor do empréstimo e as amortizações anteriores:

$$A_4 = 100.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00 - 25.000,00 \Rightarrow 25.000,00$$

Além disso, aproveitando que todos já devem ter entendido que amortização é a diferença entre a prestação e respectivos juros, conclui-se que o valor da amortização será, também, o quociente entre o valor da prestação e o fator de capitalização ou, de outra forma, o produto do valor da prestação pelo fator de descapitalização em juros simples, como se demonstra:

$$\text{Se } J_t = p - \frac{P}{(1+i \times t)} \text{ e } J_t = p - A_t \therefore A_t = \frac{P}{(1+i \times t)}$$

$$A_1 = \frac{27.500,00}{(1+10\% \times 1)} \Rightarrow 27.500,00 \times 0,909091 = 25.000,00$$

$$A_2 = \frac{30.000,00}{(1+10\% \times 2)} \Rightarrow 30.000,00 \times 0,833333 = 25.000,00$$

$$A_2 = \frac{32.500,00}{(1+10\% \times 3)} \Rightarrow 32.500,00 \times 0,769231 = 25.000,00$$

$$A_4 = \frac{35.000,00}{(1+10\% \times 4)} \Rightarrow 35.000,00 \times 0,714286 = 25.000,00$$

Como comprovamos anteriormente, ficou evidente que o valor dos juros contidos na 1ª prestação é a diferença entre a prestação e a própria prestação **descapitalizada em juros simples** por 1 período (amortização); o valor dos juros contidos na 2ª prestação é a diferença entre a prestação e a própria prestação descapitalizada em juros simples, por 2 períodos (amortização), e assim por diante, como se comprova:

$$J_t = p - \frac{P}{(1+i \times t)}$$

$$J_1 = 27.500,00 - \frac{27.500,00}{(1+10\% \times 1)} \Rightarrow 2.500,00$$

$$J_2 = 30.000,00 - \frac{30.000,00}{(1+10\% \times 2)} \Rightarrow 5.000,00$$

$$J_3 = 32.500,00 - \frac{32.500,00}{(1+10\% \times 3)} \Rightarrow 7.500,00$$

$$J_4 = 35.000,00 - \frac{35.000,00}{(1+10\% \times 4)} \Rightarrow 10.000,00$$

Ressalte-se que os juros, como vimos, podem ser calculados, também, sobre o valor de cada amortização, pelos respectivos prazos e taxa, ratificando que podemos considerar como se fossem quatro empréstimos distintos, cujos montantes são os valores das prestações, como se comprova:

$$J_1 = 25.000,00 \times 10\% \times 1 \Rightarrow 2.500,00 \therefore M_1 = 25.000,00 + 2.500,00 \Rightarrow 27.500,00$$

$$J_2 = 25.000,00 \times 10\% \times 2 \Rightarrow 5.000,00 \therefore M_2 = 25.000,00 + 5.000,00 \Rightarrow 30.000,00$$

$$J_3 = 25.000,00 \times 10\% \times 3 \Rightarrow 7.500,00 \therefore M_3 = 25.000,00 + 7.500,00 \Rightarrow 32.500,00$$

$$J_4 = 25.000,00 \times 10\% \times 4 \Rightarrow 10.000,00 \therefore M_4 = 25.000,00 + 10.000,00 \Rightarrow 35.000,00$$

Como evidenciado e comprovado, cientificamente, realizar um único empréstimo, por quatro meses, para liquidar com um pagamento de \$ 140.000,00, é o mesmo que realizar quatro empréstimos distintos de \$ 25.000,00, para liquidar em quatro parcelas mensais de \$ 27.500,00, \$ 30.000,00, \$ 32.500,00 e \$ 35.000,00; porquanto, nos dois casos, pagaremos \$ 100.000,00 na data focal zero, equivalentes ao montante de \$ 140.000,00, exigência da capitalização simples, demonstrada, exhaustivamente e como se ratifica na planilha seguinte, desdobrando os juros em cada período:

Empréstimos	VALOR DOS JUROS COMPOSTOS MENSAIS				Pagamentos		Saldo	
	Amortização	1	2	3	4	∑ Juros	Prestação	Devedor
0								100.000,00
1	25.000,00	2.500,00				2.500,00	27.500,00	82.500,00
2	25.000,00	2.500,00	2.500,00			5.000,00	30.000,00	60.000,00
3	25.000,00	2.500,00	2.500,00	2.500,00		7.500,00	32.500,00	32.500,00
4	25.000,00	2.500,00	2.500,00	2.500,00	2.500,00	10.000,00	35.000,00	0,00
∑	100.000,00	10.000,00	7.500,00	5.000,00	2.500,00	25.000,00	125.000,00	

Como se constata, os juros são calculados apenas sobre o principal de cada empréstimo (valor presente = capital), iguais em cada período, caracterizando, de forma insofismável, a **não presença do anatocismo**: juros sobre juros, ratificando, mais uma vez, a capitalização simples, diferentemente do SAC.

É importante destacar, nessa correta planilha de amortização, que \$ 10.000,00 correspondem, efetivamente, ao somatório dos juros do 1º mês dos quatro empréstimos distintos e não ao juro do 1º mês do SAC; \$ 7.500,00 correspondem ao somatório dos juros do 2º mês dos três empréstimos distintos e não ao juro do 2º mês do SAC, e assim por diante.

Então, a insensata e bizarra afirmação de que *considerar as prestações do financiamento como a soma de vários financiamentos independentes é uma mera construção teórica, que não faz sentido jurídico-financeiro* não nos parece crível que tenha tido origem em renomados professores de matemática financeira.

Simple, assim, prezados: toda prestação é valor futuro (VDT) e, ao desincorporarmos (descapitalizarmos) os juros, dividindo pelo fator de capitalização ou multiplicando pelo fator de descapitalização em juros simples, estamos calculando a parcela de amortização (capital = valor presente), que será constante, como deve ocorrer, efetivamente. Em seguida, obtemos os juros pela diferença entre a prestação e a amortização constante, independentemente, do sistema de amortização e do regime de capitalização.

É importante enfatizar, ainda, que convenções para separar juros e amortizações, como fazem os sistemas de amortizações usuais, ignorando o princípio do valor do dinheiro no tempo, independentemente de seus valores, servem apenas para efeito fisco-contábil; porquanto, os juros efetivamente pagos estão contidos nas prestações e as amortizações efetivamente realizadas, além de contidas nas prestações, estão consideradas nos saldos devedores, como exaustiva e cientificamente demonstrados, **comprovando a inequívoca presença de juros sobre juros** (compostos): **anatocismo no Sistema SAC**.

Portanto, insistir que o **Sistema de Amortização Constante – SAC**, na forma como foi idealizado, capitaliza juros de forma simples, não caracterizando a presença do anatocismo, e que, ao considerar os juros calculados sobre o saldo devedor anterior como totalmente liquidados, não restando juros nos saldos devedores, saltam aos olhos duas únicas alternativas: ou se trata de ignorância financeira ou de desonestidade intelectual!

Certamente, depois de todas as comprovações científicas, detalhadas e exaustivamente demonstradas, caso persista a negação à ciência exata, restará, apenas, a segunda alternativa que, indubitavelmente, caracterizará um crime financeiro contra a Matemática, enquanto ciência exata!

Eu, como professor há meio século, de matemática financeira, enquanto ciência exata que trata do valor do dinheiro no tempo, tenho o **dever de zelar pelo rigor científico!**

Parafraseando Albert Einstein, a Matemática Financeira, enquanto ciência exata, não mente!

AULA ENCERRADA!

Referências:

SANDRINI, Jackson Ciro. **Sistemas de amortização de empréstimos e a capitalização de juros: análise dos impactos financeiros e patrimoniais**. Dissertação: Mestrado em Contabilidade e Finanças. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

Disponível: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/13709>

SANDRINI, Jackson Ciro; CHEROBIM, Ana Paula M. S. **Capitalização de juros em renegociação de dívidas: sistemas de amortização**. Curitiba, Juruá Editora, 2013.

SANDRINI, Jackson Ciro. **Matemática Financeira aplicada aos negócios**. Curitiba, Juruá Editora, 2022.

SANDRINI, Jackson Ciro. **Anatocismo e a Tabela Price: de uma vez por todas!** Curitiba, 17/07/19.
Disponível: www.apepar.org.br/wp-content/uploads/2019/08/DE-UMA-VEZ-POR-TODAS.pdf

SANDRINI, Jackson Ciro. **Anatocismo e os negacionistas de uma ciência exata!** Curitiba, 05/03/25.
Disponível: www.apepar.org.br/wp-content/uploads/2025/03/ANATOCISMO-E-OS-NEGACIONISTAS-DE-UMA-CIENCIA-EXATA.pdf

SANDRINI, Jackson Ciro. **Método de Gauss: um sistema de amortização, financeiramente, imprestável!** Curitiba, 17/07/25.
Disponível: www.apepar.org.br/wp-content/uploads/2025/08/ARTIGO_SANDRINI_GAUSS.pdf