

ANATOCISMO E A TABELA PRICE: de uma vez por todas!

17/07/2019 - Professor Msc. Jackson Ciro Sandrini – jcsandrini@ufpr.br

Ao tomar conhecimento dos artigos dos ilustres e renomados Professores José Dutra Vieira Sobrinho: “A capitalização dos juros e o conceito de anatocismo”, Clóvis de Faro: “Uma Nota Sobre Amortização de Dívidas: Juros Compostos e Anatocismo” e Abelardo de Lima Puccini: “Tabela Price sem anatocismo para magistrados e advogados”, todos disponíveis na *internet*, confesso que fiquei surpreso e triste; porquanto, como Professores de Matemática Financeira, enquanto ciência exata que trata do valor do dinheiro no tempo, devemos zelar pelo rigor científico.

Antes de tudo, sinto-me na obrigação de fazer justiça ao Reverendo Richard Price; pois, em sua obra *Observations on Reversionary Payments* (Observações sobre Pagamentos Reversíveis), escrita em 1.771 – Século XVIII, não há qualquer referência explícita sobre amortização de empréstimos.

No entanto, com o advento da 2ª Revolução Industrial, que produziu aumento exacerbado do consumo e dos preços, meados do Século XIX, Richard Price há muito falecido, os franceses, valendo-se das Tabelas PRICE, idealizaram o Sistema Francês de Amortização, indevidamente intitulado no Brasil de Tabela Price, Sistema da Tabela Price, Sistema de Amortização Price ou Sistema Price de Amortização.

Apenas para contextualizar, amortização vem do latim: *mors, mortis*, e significa morte: parcela que mata o valor da dívida, parcial ou totalmente.

Como veremos, a questão da controvérsia sobre o anatocismo nos sistemas de amortização é conceitual e financeira, e quem cuida muito bem disso é a **Matemática Financeira: ciência exata que trata do valor do dinheiro no tempo**.

Financeiramente, dois mais dois não são quatro: depende da data em que se encontram e somente serão quatro se estiverem na mesma data. Caso contrário, devemos, primeiramente, transportá-los para uma mesma data, chamada focal, para poder somá-los e concluir que não são quatro.

O objetivo da Matemática Financeira é estudar as formas de evolução do dinheiro com o tempo, nas aplicações e pagamentos de empréstimos/financiamentos: transportar valores a presente e a futuro, sob uma taxa de juros, por um determinado prazo.

Esse transporte pode ser realizado por meio de dois regimes de capitalização, que destacam **a forma como os juros são calculados e incorporados ao capital**: de uma única vez ou sucessivamente, e o lapso de tempo que se deve aguardar para que os juros sejam incorporados ao capital é denominado período de capitalização.

Como se depreende pelo fator de capitalização: $(1 + i \times n)$, os juros simples são calculados proporcionalmente e incorporados ao capital uma única vez: vencem a termo! Já na capitalização composta: $(1 + i)^n$, os juros são calculados exponencialmente e incorporados ao capital periodicamente, de acordo com o número de períodos de capitalização: não vencem a termo!

A capitalização simples não admite fracionamento de prazo: o valor presente e o valor futuro não são cindíveis; diferentemente da capitalização composta, que exige fracionamento de prazo: o valor presente e o valor futuro são cindíveis. Na capitalização

simples a taxa incide sobre o capital (valor na data zero) e na capitalização composta sobre **qualquer outro valor que não esteja na data zero** (montante).

Considerando que existem dois regimes de capitalização dos juros, simples e composto, é importante ficar claro que **juro capitalizado não é sinônimo de juro composto** = juros sobre juros. **Capitalizar** juros significa **incorporar juros ao capital, tornando-se um único corpo, denominado montante**, podendo a taxa de juros incidir sobre esse montante (composto) ou não (simples).

Portanto, o juro simples também é capitalizado e somente se houver mais de um período de capitalização, com a taxa incidindo também sobre os **juros vencidos e não pagos ou sacados** (passados), **parcial ou totalmente**, será de forma composta.

É importante salientar que os juros simples crescem de forma linear: exigem um único período de capitalização e os juros compostos **de qualquer outra forma que não seja linear**, inclusive, exponencial: exigem mais de um período de capitalização.

As capitalizações simples e composta são **mutuamente excludentes**, não sendo admissível, conceitual e financeiramente, um fluxo de caixa misto: híbrido. Por conseguinte, é impossível num único fluxo de caixa termos os dois regimes de capitalização; porquanto, são mutuamente excludentes. **Não existe possibilidade de a capitalização composta não implicar cobrança de juros sobre juros!**

Infelizmente, de modo geral, a literatura tem conceituado esses dois regimes apenas de forma clássica, calculando os juros periodicamente, mas com um único resgate ou pagamento, para caracterizar o crescimento linear e exponencial, e explicitar a diferença entre esses dois regimes. Isso tem dificultado sobremaneira o entendimento da capitalização composta quando envolve saque/pagamento igual ou superior ao juro do período, na aplicação ou empréstimo; porquanto, quando **a taxa incide sobre valor igual ou inferior ao capital, passa a ilusão de que os juros estariam sendo totalmente sacados ou pagos, no final de cada período.**

O valor do pagamento igual ou superior ao valor dos juros devidos é o principal argumento utilizado por vários autores/professores/peritos para sustentar que **a capitalização nos sistemas de amortização é simples e/ou que não há anatocismo quando a prestação é liquidada no respectivo vencimento**; pois, segundo esses autores/professores/peritos, o pagamento da prestação liquida totalmente os juros e com a sobra amortiza o valor da dívida, **não restando juros no saldo devedor**, base para o cálculo dos juros dos próximos períodos.

Antes de debruçarmos no âmago da questão, atentemos para o conceito lexicográfico de anatocismo.

Em qualquer lugar que se pesquise, anatocismo sempre considera juros sobre juros = juros compostos.

Porém, mesmo assim, certa divergência foi construída. Há duas correntes. A primeira é clássica: Anatocismo é a capitalização dos juros de uma importância emprestada. O mesmo que juro composto ou juro sobre juro.

Já a segunda diz que anatocismo nada tem a ver com o critério de formação dos juros a serem pagos ou recebidos numa determinada data; ele consiste na **cobrança de juros sobre juros vencidos e não pagos**,

Diz, ainda, a segunda corrente, que se os juros forem integralmente pagos, não existe a possibilidade fática de serem capitalizados e, nesses casos, o regime de juros compostos não implica anatocismo. Entendido dessa forma, segundo esses defensores, somente existe num sistema de amortização se as prestações não forem liquidadas no vencimento e o credor cobrar **juros sobre os juros vencidos e não pagos**.

Ora, se na capitalização composta, no caso de empréstimo, a taxa de juro incide sobre **juros devidos e não pagos** (vencidos) e no caso de aplicação sobre **juros auferidos e não sacados** (vencidos), **parcial ou totalmente**, entende-se, claramente, que anatocismo é a cobrança de **juros sobre juros vencidos e não pagos/sacados**, fundamento da capitalização composta!

Contudo, é oportuno esclarecer que **juros vencidos e não pagos**, intrínsecos à capitalização composta, são distintos de **juros exigidos**, de acordo com o sistema de amortização estabelecido em contrato, e **não pagos**, constituindo-se em **amortização negativa**, de tal forma que o saldo devedor, em vez de diminuir, será acrescido do juro exigido e não pago, passando a produzir novos juros nos períodos seguintes.

Cabe destacar, entretanto, que **amortização negativa** somente ocorre em razão da **convenção** que se adota nos sistemas de amortização para calcular os **juros exigidos** e o valor da amortização pela diferença entre a prestação e esses juros; porquanto, **amortização negativa financeiramente não existe**, uma vez que juro e amortização compõem qualquer pagamento: se realizado na data zero 100% é amortização e se realizado em qualquer outra data, para obter o valor da amortização basta descapitalizar o valor do pagamento para data zero, desincorporando os juros.

É importante observar que, em qualquer pagamento, há sempre juro e amortização. Em não havendo pagamento, o valor da amortização é zero. Certamente, se houver pagamento, mesmo inferior ao juro exigido, por óbvio, a amortização não pode ser negativa. Portanto, **amortização negativa** é uma **irracionalidade financeira!**

Os Sistemas de Amortização, ao adotarem a **convenção** de **calcular os juros exigidos sobre o saldo devedor e considerá-los totalmente pagos**, incorrem num grave erro conceitual; pois, o valor desses juros exigidos ocorrem de forma invertida aos juros determinados por equivalência e, embora não altere o fluxo de caixa (prestações e saldos devedores), o valor dos juros exigidos não expressa a realidade e tornam-se insustentáveis, financeiramente!

Se a ocorrência de anatocismo implica juros compostos, **não existe a possibilidade financeira de se ter a aplicação de juros compostos sem que se verifique a presença de anatocismo**; porquanto, se não é juro composto, certamente, será simples: são mutuamente excludentes!

Permitam-me uma pergunta: vocês preferem \$ 100.000,00 hoje ou \$ 100.000,00 daqui a um ano? Qualquer pessoa de mediana inteligência vai preferir hoje; porque \$ 100.000,00 hoje é capital e \$ 100.000,00 daqui a um ano é montante (VDT) e se desincorporarmos os juros de um ano desse montante teríamos um capital inferior aos \$ 100.000,00 de

hoje ou se incorporarmos os juros de um ano ao capital de hoje teríamos um montante superior aos \$ 100.000,00 daqui a um ano.

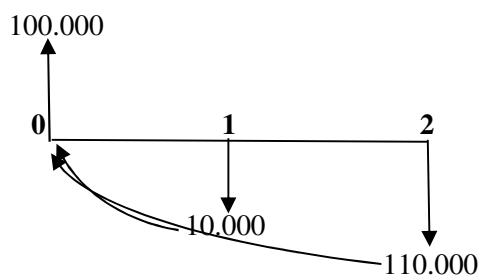
Para que não fiquemos apenas no conceito, vamos tomar como exemplo um empréstimo de \$ 100.000,00 a ser liquidado em dois pagamentos: \$ 10.000,00 em um ano e o saldo em dois anos, a **juros compostos** de 10% ao ano:

| CAPITAL | JUROS | MONTANTE | | |
|------------|--------------|-------------|---------------|-----------------|
| | 1 ANO | | | |
| 100.000,00 | 10.000,00 | 110.000,00 | JUROS | MONTANTE |
| | | - 10.000,00 | 2 ANOS | |
| | | 100.000,00 | 10.000,00 | 110.000,00 |
| | | | | - 110.000,00 |
| | | | | 0,00 |

Percebam que muitas pessoas, iludidas pela obviedade, **acham** que os \$ 10.000,00 que pagamos depois de um ano são os mesmos \$ 10.000,00 de juros. Entretanto, considerando o valor do dinheiro no tempo, qualquer valor que não estiver na data zero é montante (capital e juros): sempre pagamos montantes e restam montantes. Acabei de perguntar: preferem \$ 100.000,00 hoje ou \$ 100.000,00 daqui a um ano? São valores diferentes no tempo: um é capital (data zero) e outro é montante (data um).

Caso convencionássemos que os \$ 10.000,00 são juros e que foram totalmente liquidados, **ignorando o valor do dinheiro no tempo**, estaríamos admitindo que no saldo de \$ 100.000,00 não teríamos juros e que estaríamos diante de um exemplo de capitalização simples. Todavia, a capitalização simples não admite fracionamento de prazo, exige um único período de capitalização: os juros vencem a termo e o valor presente não é cindível. Portanto, como não estamos defronte de um exemplo de capitalização simples, a capitalização somente pode ser composta.

Para que fique mais claro, ainda, vamos ao desenho do fluxo de caixa:



Conclui-se, com certa facilidade, que \$ 100.000,00 é valor presente (capital), \$ 10.000,00 e 110.000,00 são valores futuros (montantes) e que a soma desses dois pagamentos (montantes), descapitalizados para data zero, a **juros compostos** de 10% ao ano, é \$ 100.000,00, zerando o fluxo de caixa.

Da mesma forma, algebricamente, por meio da equação de valor, teremos:

$$[100.000,00 \times (1+0,10) - 10.000,00] \times (1+0,10) - 110.000,00 = 0$$

Aplicando a propriedade distributiva, tem-se:

$$100.000,00 \times (1+0,10)^2 - 10.000,00 \times (1+0,10) - 110.000,00 = 0$$

Como se constata, pelo surgimento do fator $(1+0,10)^2$, a incidência de juros sobre juros: capitalização composta está caracterizada. Além disso, é muito importante observar que **qualquer que seja o valor do primeiro pagamento, não elimina a incidência de juro sobre juro**; exceto, se pagarmos \$ 110.000,00, liquidando integralmente a dívida. Portanto, fica muito claro que somente não restará juro no saldo quando se liquida a dívida: quando não restar saldo.

Quando incorporamos os juros de \$ 10.000,00 ao capital de \$ 100.000,00, o montante de \$ 110.000,00 se torna um único corpo e qualquer pagamento efetuado, parte desse corpo (montante), produzirá um saldo, parte desse corpo, que conterà juro (montante), razão da existência de juros sobre juros, como constatado matematicamente.

Sendo mais didático, ainda, para que não reste qualquer sombra de dúvida, vamos pegar uma garrafa *pet* de dois litros e colocar 1 litro de água (**\$100.000,00 = capital**).

Passado 1 ano, adicionemos (capitalizemos) 1 copo contendo um líquido verde, correspondente a 10% de um litro (**\$ 10.000,00 = juros**). Agora temos 110% de um litro (\$ 110.000,00 = montante), contendo uma mistura de cor esverdeada. Retiremos (paguemos) 9,091% da mistura ou 10% de um litro (**\$ 10.000,00 = montante**) e sobrarão na garrafa 90,91% da mistura esverdeada (**\$100.000,00 = montante**), correspondente a um litro [\$ 90.909,09 de capital (água) e \$ 9.090,09 de juros (verde)].

Decorrido mais 1 ano, adicionemos (capitalizemos) 1 copo contendo um líquido amarelo (juros), correspondente a 10% do contido na garrafa. Agora temos 110% de um litro (**\$ 110.000,00 = montante**), contendo uma nova mistura, de cor azul. Se, porventura, houvesse outro pagamento parcial (montante), retiraríamos a quantidade correspondente e restaria montante (azul), igual à mistura de todas as cores, proporcionalmente. Mas, no exemplo, como houve liquidação total, retiremos (paguemos) todo o conteúdo [\$ 90.909,09 de capital (água), \$ 9.090,09 de juros (verde) e \$ 10.000,00 de juros (amarelo) = \$ 110.000,00 de montante (azul)], esvaziando a garrafa.

Exatamente, isso ocorre com os juros: depois de capitalizados, tornam-se **um único corpo, uma mistura indissolúvel**. Depois de incorporarmos os 10% de juros, não há como separá-los. Se a retirada da mistura fosse de uma única vez (liquidação total do empréstimo), depois de um ano, caracterizaria capitalização simples. No entanto, atente-se que, mesmo assim, não conseguiríamos separá-los; mas, quando esvaziamos a garrafa (110% = montante), sabemos que na mistura havia 1 litro de água (capital) e 10% de líquido verde (juros).

Essa metodologia pode ser aplicada a qualquer situação, inclusive, em sistemas de amortização. No caso do **Sistema Francês de Amortização**, por exemplo, ficaria facilitado o trabalho; pois, embora tenhamos que colocar periodicamente quantidades diferentes (juros) na garrafa, retiraríamos, periodicamente, a mesma quantidade (prestação constante).

Vamos, então, tomar como exemplo um empréstimo de \$ 100.000,00 a ser liquidado por meio do Sistema Francês de Amortização, em dois pagamentos anuais de \$ 57.619,05, a juros compostos de 10% ao ano.

| CAPITAL | JUROS | MONTANTE | | |
|------------|-----------|-------------|----------|-------------|
| | 1 ANO | | | |
| 100.000,00 | 10.000,00 | 110.000,00 | JUROS | MONTANTE |
| | | - 57.619,05 | 2 ANOS | |
| | | 52.380,95 | 5.238,10 | 57.619,05 |
| | | | | - 57.619,05 |
| | | | | 0,00 |

Percebam que muitas pessoas **acham** que pagamos totalmente os juros de \$ 10.000,00 e ainda amortizamos \$ 47.619,05, **utilizando a influência da ilusão e a ideia da convenção**. Entretanto, é importante lembrar que essa convenção foi criada para facilitar os cálculos; pois, na época não havia calculadoras e/ou planilhas eletrônicas e não altera o fluxo de pagamentos e os saldos devedores.

Por consequência, a planilha de amortização do Sistema Francês, com a referida convenção de calcular os juros sobre o saldo devedor anterior e a amortização pela diferença entre a prestação e esses juros, de conhecimento público, é assim demonstrada:

| n | PGTO | JUROS | AMORTIZAÇÃO | S DEVEDOR |
|----------|-------------------|------------------|-------------------|------------|
| 0 | | | | 100.000,00 |
| 1 | 57.619,05 | 10.000,00 | 47.619,05 | 52.380,95 |
| 2 | 57.619,05 | 5.238,10 | 52.380,95 | 0,00 |
| Σ | 115.238,10 | 15.238,10 | 100.000,00 | |

Mas, por que, então, devemos separar a prestação em juros e amortização se não interfere no fluxo? Exclusivamente, por uma questão **fisco-contábil**; porquanto, os juros são contabilizados como despesa, diminuindo, conseqüentemente, o lucro e os impostos de renda e sobre o lucro líquido, produzindo um benefício fiscal, e a amortização não é despesa, é parte de capital; mas, se torna base para cálculo do imposto sobre operações financeiras - IOF. A questão, portanto, não é financeira!

Como a questão é fisco-contábil, vamos supor que a Receita tenha emitido norma de que os juros deveriam ser contabilizados totalmente no segundo ano:

| n | PGTO | JUROS | AMORTIZAÇÃO | S DEVEDOR |
|----------|-------------------|------------------|-------------------|------------|
| 0 | | | | 100.000,00 |
| 1 | 57.619,05 | 0,00 | 57.619,05 | 52.380,95 |
| 2 | 57.619,05 | 15.238,10 | 42.380,95 | 0,00 |
| Σ | 115.238,10 | 15.238,10 | 100.000,00 | |

Nota-se, então, que nesse caso, segundo esses autores/professores/peritos, como os juros convencionados no Sistema Francês não foram totalmente pagos no primeiro ano, o anatocismo estaria caracterizado.

Vamos admitir que, em razão de exagerada pressão contrária à essa norma anterior, a Receita resolveu emitir nova norma, adotando posição salomônica: contabiliza-se metade dos juros no primeiro ano e a outra metade no segundo ano:

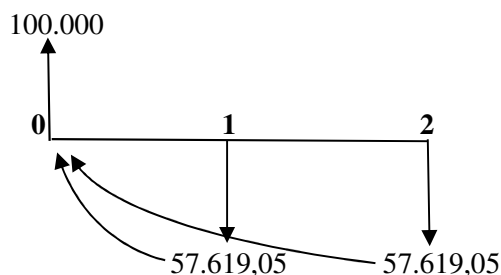
| PGTO | JUROS | AMORTIZAÇÃO | S DEVEDOR |
|-------------------|------------------|-------------------|------------|
| | | | 100.000,00 |
| 57.619,05 | 7.619,05 | 50.000,00 | 52.380,95 |
| 57.619,05 | 7.619,05 | 50.000,00 | 0,00 |
| 115.238,10 | 15.238,10 | 100.000,00 | |

Nota-se, novamente que, segundo esses autores/professores/peritos, como os juros convencionados no Sistema Francês não foram totalmente pagos no primeiro ano, o anatocismo estaria caracterizado.

Ora, como exaustivamente demonstrado e comprovado, não se pode negar a existência de anatocismo ao sabor de normas, códigos, pactos, acordos, cláusulas contratuais: **convenções!** Afinal, pode-se convencionar qualquer forma de separação, desde que a soma do juro e da amortização em cada período seja igual à prestação e a soma de todas as amortizações seja igual ao valor presente; porquanto, não interfere no financeiro: valor dos pagamentos e saldos devedores.

Mas, afinal, qual o valor correto do juro e da amortização contidos em cada prestação? A Matemática Financeira, enquanto ciência exata que trata do valor do dinheiro no tempo, responde:

Para que fique claro, vamos ao desenho do fluxo de caixa:



Conclui-se, com certa facilidade, que \$ 100.000,00 é valor presente (capital) e os dois pagamentos de \$ 57.619,05 são valores futuros (montantes), e que a soma desses dois pagamentos (montantes), descapitalizados para data zero, a **juros compostos** de 10% ao ano, é \$ 100.000,00, zerando o fluxo de caixa.

Da mesma forma, algebricamente, por meio da equação de valor, teremos:

$$[100.000,00 \times (1+0,10) - 57.619,05] \times (1+0,10) - 57.619,05 = 0$$

Aplicando a propriedade distributiva, tem-se:

$$100.000,00 \times (1+0,10)^2 - 57.619,05 \times (1+0,10) - 57.619,05 = 0$$

Como se constata pelo surgimento do fator $(1+0,10)^2$, a incidência de juros sobre juros: capitalização composta está caracterizada. Além disso, é muito importante observar, novamente, que **qualquer que seja o valor do primeiro pagamento, não elimina a incidência de juro sobre juro**; exceto, se pagarmos \$ 110.000,00, liquidando integralmente a dívida. Portanto, fica muito claro que somente não restará juro no saldo quando se liquida integralmente a dívida: quando não restar saldo.

Quando incorporamos os juros de \$ 10.000,00 ao capital de \$ 100.000,00, o montante de \$ 110.000,00 se torna um único corpo e qualquer pagamento efetuado, parte desse corpo (montante), produzirá um saldo, parte desse corpo, que conterà juro (montante), razão da existência de juros sobre juros, como constatado matematicamente.

Ao descapitalizarmos a primeira prestação para data zero, estamos desincorporando os juros e calculando o valor da primeira amortização que, deduzindo do valor da prestação, obtemos o valor do juro contido na 1ª prestação, e assim sucessivamente:

$$A_1 = \frac{57.619,05}{(1+0,10)^1} \Rightarrow 52.380,95 \quad \therefore \quad J_1 = 57.619,05 - 52.380,95 \Rightarrow 5.238,10$$

$$A_2 = \frac{57.619,05}{(1+0,10)^2} \Rightarrow 47.619,05 \quad \therefore \quad J_1 = 57.619,05 - 47.619,05 \Rightarrow 10.000,00$$

Por consequência, a planilha de amortização do Sistema de Prestação Constante, não considerando a convenção adotada no Sistema Francês; mas, sim, o valor do dinheiro no tempo, por meio da equivalência, é assim demonstrada:

| n | PGTO | JUROS | AMORTIZAÇÃO | S DEVEDOR |
|----------|-------------------|------------------|-------------------|------------|
| 0 | | | | 100.000,00 |
| 1 | 57.619,05 | 5.238,10 | 52.380,95 | 52.380,95 |
| 2 | 57.619,05 | 10.000,00 | 47.619,05 | 0,00 |
| Σ | 115.238,10 | 15.238,10 | 100.000,00 | |

Como se constata, os valores dos juros e das amortizações ficaram invertidos em relação aos valores obtidos por meio da convenção do Sistema Francês; sem, no entanto, alterar o valor dos pagamentos e dos saldos devedores, como, aliás, já demonstramos.

Conclui-se, então, que os **juros devidos não foram integralmente liquidados**, como sói acontecer: fundamento da capitalização composta e **a existência do anatocismo está devidamente demonstrada e comprovada**.

Ainda, considerando que **os regimes de capitalização são mutuamente excludentes**, a presença do anatocismo fica mais uma vez evidenciado **quando comparamos os sistemas de prestação constante em juros simples e em juros compostos**.

Considerando a questão conceitual, o regime de juros simples, diferentemente do regime de juros compostos, não permite pagamento de partes do capital de \$ 100.000,00 (cindibilidade), por não admitir o fracionamento de prazo. Logo, não há como fazer **um único empréstimo** para liquidá-lo em duas parcelas anuais e iguais, a 10% ao ano.

Entretanto, aplicando-se o conceito de equivalência [VDT], pode-se considerar como se fossem **dois empréstimos distintos**, liquidados a termo, cujos montantes seriam iguais a \$ 57.391,30, vencendo-se em um ano, e \$ \$ 57.391,30, vencendo-se em dois anos, e a soma de seus valores atuais, na data zero, será igual ao valor de um único empréstimo de \$ 100.000,00, como se confirma na planilha, com os devidos desdobramentos dos juros, por períodos:

| SISTEMA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES EM JUROS SIMPLES - VDT | | | | | | |
|---|------------------|-----------|------------|-----------|------------|--|
| EMPRÉSTIMO AMORTIZAÇÃO | JUROS PERIÓDICOS | | PAGAMENTOS | | SALDO | |
| | 1 | 2 | ∑ JUROS | PRESTAÇÃO | DEVEDOR | |
| 0 | | | | | 100.000,00 | |
| 1 | 52.173,91 | 5.217,39 | 5.217,39 | 57.391,30 | 52.608,70 | |
| 2 | 47.826,09 | 4.782,61 | 4.782,61 | 9.565,22 | 57.391,30 | |
| ∑ | 100.000,00 | 10.000,00 | 4.782,61 | 14.782,61 | 114.782,61 | |

Nota-se que os juros do segundo período são iguais aos juros do primeiro período, conforme destacado em amarelo, com a taxa incidindo sobre o capital, **não caracterizando a presença de anatocismo**.

Na capitalização composta, como o fracionamento de prazo é intrínscico, pode-se realizar um único empréstimo. Entretanto, para melhor comparar com o sistema de prestação constante em juros compostos – VDT, vamos considerar como se fossem **dois empréstimos distintos**, com juros sendo liquidados periodicamente, cujos montantes seriam iguais a \$ 57.619,05, vencendo-se em um ano, e \$ 57.619,05, vencendo-se em dois anos, e a soma de seus valores atuais, na data zero, será igual ao valor de um único empréstimo de \$ 100.000,00, como se confirma na planilha, com os devidos desdobramentos dos juros, por períodos::

| SISTEMA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES EM JUROS COMPOSTOS - VDT | | | | | | |
|---|------------------|-----------|------------|-----------|------------|--|
| EMPRÉSTIMO AMORTIZAÇÃO | JUROS PERIÓDICOS | | PAGAMENTOS | | SALDO | |
| | 1 | 2 | ∑ JUROS | PRESTAÇÃO | DEVEDOR | |
| 0 | | | | | 100.000,00 | |
| 1 | 52.380,95 | 5.238,10 | 5.238,10 | 57.619,05 | 52.380,95 | |
| 2 | 47.619,05 | 4.761,90 | 5.238,10 | 10.000,00 | 57.619,05 | |
| ∑ | 100.000,00 | 10.000,00 | 5.238,10 | 15.238,10 | 115.238,10 | |

Nota-se que os **juros do segundo período** são calculados por meio da incidência da taxa de **juros sobre o valor do capital mais os juros do primeiro período**, conforme destacado em amarelo, caracterizando a presença de anatocismo.

Os quadros são autoexplicativos e não deixam qualquer sombra de dúvida! **Quando a taxa de juros incide sobre saldo, o anatocismo é evidente**; porquanto, incide sobre valor que contém **juro devido e não pago**, eis que, o saldo se encontra em data posterior à data zero: valor do dinheiro no tempo (montante) e os juros são totalmente liquidados somente quando se liquida a dívida.

Além de tudo isso, é muito importante destacar que o valor do juro contido na primeira prestação de um empréstimo de \$ 100.000,00, à taxa de 10%, calculado pela convenção do Sistema Francês de Amortização, independentemente do número de prestações, será sempre \$ 10.000,00. **Financeiramente irreal e insustentável!**

Para confirmarmos esta discrepância, tomemos como exemplo um empréstimo de \$ 100.000,00, a juros de 10% ao ano, a ser liquidado em 36 prestações anuais e iguais, por meio do Sistema Francês de Amortização.

Utilizando o coeficiente das Tabelas de Juro Composto – Price para obter o valor das prestações, como fizeram os franceses, e construir a Planilha de Amortização, teremos:

$$PGTO = 100.000,00 \times 0,10334306 \rightarrow 10.334,31$$

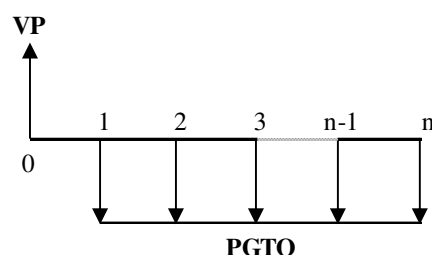
| n | PRESTAÇÃO | JUROS | AMORTIZ | S DEVEDOR |
|-------|------------|------------|------------|------------|
| 0 | | | | 100.000,00 |
| 1 | 10.334,31 | 10.000,00 | 334,31 | 99.665,69 |
| 2 | 10.334,31 | 9.966,57 | 367,74 | 99.297,96 |
| 3 | 10.334,31 | 9.929,80 | 404,51 | 98.893,45 |
| 4 | 10.334,31 | 9.889,34 | 444,96 | 98.448,48 |
| 5 | 10.334,31 | 9.844,85 | 489,46 | 97.959,03 |
| 6 | 10.334,31 | 9.795,90 | 538,40 | 97.420,62 |
| 7 | 10.334,31 | 9.742,06 | 592,24 | 96.828,38 |
| 8 | 10.334,31 | 9.682,84 | 651,47 | 96.176,91 |
| 9 | 10.334,31 | 9.617,69 | 716,62 | 95.460,29 |
| 10 | 10.334,31 | 9.546,03 | 788,28 | 94.672,02 |
| 11 | 10.334,31 | 9.467,20 | 867,10 | 93.804,91 |
| 12 | 10.334,31 | 9.380,49 | 953,82 | 92.851,10 |
| | | | | |
| 34 | 10.334,31 | 2.569,99 | 7.764,32 | 17.935,57 |
| 35 | 10.334,31 | 1.793,56 | 8.540,75 | 9.394,82 |
| 36 | 10.334,31 | 939,48 | 9.394,82 | - 0,00 |
| Σ | 372.035,03 | 272.035,03 | 100.000,00 | |

Entretanto, no mesmo dia em que foi realizado esse empréstimo, o devedor recebeu um dinheiro, não previsto. Voltou à Instituição Financeira e propôs liquidar antecipadamente as doze primeiras prestações, à vista. Conseqüentemente, desincorporando os juros de cada prestação, tem-se o valor do pagamento antecipado:

| ANTECIPAR OS 12 PRIMEIROS PGTOS | | |
|---------------------------------|------------|----------|
| SOMATÓRIO | | |
| PRESTAÇÕES | JUROS | AMORTIZ. |
| 124.011,68 | 116.862,77 | 7.148,90 |

Certamente, de sã consciência, nenhum credor aceitaria liquidar as doze primeiras prestações por meio de um pagamento de \$ 7.148,90; porquanto, esse valor é irreal financeiramente, uma vez que os juros incorporados em cada prestação não são os juros calculados por meio da convenção do Sistema Francês, que serve apenas para efeito fisco-contábeis. **Mas, então, qual o valor correto, financeiramente?**

Logo no início deste artigo, observamos que não há qualquer referência explícita sobre amortização de empréstimos na obra de Richard Price. Entretanto, há de forma implícita, quando ele construiu suas Tabelas de Fatores:



A soma dos valores presentes dos pagamentos, descapitalizados à taxa periódica de juros, deverá ser igual ao valor presente do empréstimo:

$$VP = \frac{p}{(1+i)^1} + \frac{p}{(1+i)^2} + \frac{p}{(1+i)^3} + \dots + \frac{p}{(1+i)^n}$$

É muito importante observar que, ao transportarmos os valores de cada pagamento para data zero, estamos desincorporando os juros e obtendo o valor de cada amortização. De fato, a soma das amortizações é igual ao valor presente do empréstimo:

$$VP = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n \Rightarrow VP = p \times \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Considerando que entre colchetes verifica-se a soma de n termos de uma progressão geométrica finita, com o primeiro termo e a razão iguais a $(1+i)^{-1}$, chega-se aos mesmos fatores obtidos por Richard Price para construir suas Tabelas, utilizadas pelo Sistema Francês para cálculo das prestações, por exemplo:

$$p = VP \times \frac{(1+i)^n \times i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow 100.000 \times \frac{(1+0,10)^{36} \times 0,10}{(1+0,10)^{36} - 1} = 10.334,31$$

Elaborando a planilha do Sistema de Amortização Price – VDT, temos:

| n | PRESTAÇÃO | JUROS | AMORTIZ | S DEVEDOR |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|------------|
| 0 | | | | 100.000,00 |
| 1 | 10.334,31 | 939,48 | 9.394,82 | 99.665,69 |
| 2 | 10.334,31 | 1.793,56 | 8.540,75 | 99.297,96 |
| 3 | 10.334,31 | 2.569,99 | 7.764,32 | 98.893,45 |
| 4 | 10.334,31 | 3.275,84 | 7.058,47 | 98.448,48 |
| 5 | 10.334,31 | 3.917,52 | 6.416,79 | 97.959,03 |
| 6 | 10.334,31 | 4.500,86 | 5.833,45 | 97.420,62 |
| 7 | 10.334,31 | 5.031,17 | 5.303,13 | 96.828,38 |
| 8 | 10.334,31 | 5.513,28 | 4.821,03 | 96.176,91 |
| 9 | 10.334,31 | 5.951,55 | 4.382,75 | 95.460,29 |
| 10 | 10.334,31 | 6.349,98 | 3.984,32 | 94.672,02 |
| 11 | 10.334,31 | 6.712,20 | 3.622,11 | 93.804,91 |
| 12 | 10.334,31 | 7.041,48 | 3.292,83 | 92.851,10 |
| ... | | | | |
| 34 | 10.334,31 | 9.929,80 | 404,51 | 17.935,57 |
| 35 | 10.334,31 | 9.966,57 | 367,74 | 9.394,82 |
| 36 | 10.334,31 | 10.000,00 | 334,31 | 0,00 |
| Σ | 372.035,03 | 272.035,03 | 100.000,00 | |

Esse sistema, sim, podemos denominá-lo Sistema de Amortização Price; porquanto, foi construído com os mesmos fundamentos com que ele construiu suas Tabelas. Como

se ratifica, os juros e as amortizações ficaram invertidos em relação aos valores obtidos por meio do Sistema Francês de Amortização.

Agora, caso o devedor pretenda liquidar as doze primeiras parcelas, no ato, desincorporando os juros de cada prestação, tem-se:

| ANTECIPAR OS 12 PRIMEIROS PGTOS. | | |
|----------------------------------|-----------|-----------|
| SOMATÓRIO | | |
| PRESTAÇÕES | JUROS | AMORTIZ. |
| 124.011,68 | 53.596,90 | 70.414,78 |

Por óbvio, as doze primeiras prestações serão, na prática, liquidadas por \$ 70.414,78, soma dos **valores presentes das doze primeiras prestações = soma das doze primeiras amortizações**.

Entretanto, como as instituições financeiras precisam da concordância dos devedores, disseminaram no mercado financeiro que, ao liquidar prestações antecipadamente, **devem ser liquidadas as últimas**; porque, não podem aceitar a liquidação das primeiras. Então, nessas situações, os devedores já se apresentam com a decisão de liquidar as últimas e, caso contrário, os representantes das instituições os convencem, com o argumento de que terão maior desconto, uma vez que as últimas prestações contêm mais juros. É surreal!

Aqueles que utilizam o argumento de que os juros, obtidos pela convenção, são totalmente liquidados quando se paga a prestação, não restando juros nos saldos devedores, para justificar a ausência de anatocismo, não têm como sustentá-los quando da liquidação antecipada de prestações: no mínimo, incoerente!

Por conseguinte, como sobejamente demonstrado e comprovado, concluir que o Sistema Francês de Amortização, chamado indevidamente de Sistema Price, não implica necessariamente cobrança de juros sobre juros vencidos e não pagos: anatocismo, **não se sustenta conceitual e financeiramente**

Como demonstrado, para efeito **fisco-contábil** pode-se convencionar qualquer forma de separação, desde que a soma dos juros e da amortização em cada período seja igual à prestação e a soma das amortizações seja igual ao valor presente; porquanto, **não interfere no financeiro**: valores das prestações e dos saldos devedores.

Em arremate, oportuno evidenciar que o fundamento da Matemática Financeira é o valor do dinheiro no tempo e se um valor estiver em data posterior à data zero conterà juro: montante! Então, todos **os saldos devedores contêm juros** e, ao desincorporarmos os juros, teremos os respectivos saldos devedores na data zero. Isso significa concluir que, ao desincorporarmos os juros de um saldo devedor e subtrair do saldo devedor anterior, também desincorporados os juros, teremos o valor da amortização efetivamente realizada no período e os respectivos juros, quando consideramos o valor do dinheiro no tempo:

$$A_n = \frac{SD_{n-1}}{(1+i)^{n-1}} - \frac{SD_n}{(1+i)^n}$$

Aplicando a fórmula, constatamos que os valores das amortizações e dos juros obtidos por meio dos saldos devedores são iguais aos juros e amortizações obtidos financeiramente (VDT), ratificando que, ao liquidar determinada prestação, não liquidamos integralmente os juros, como convencionam os sistemas de amortização:

$$A_1 = 100.000,00 - \frac{99.665,69}{(1+0,10)^1} \Rightarrow 9.394,83 \quad \therefore \quad J_1 = 10.334,31 - 9.394,83 \Rightarrow 939,48$$

$$A_2 = \frac{99.665,69}{(1+0,10)^1} - \frac{99.297,96}{(1+0,10)^2} \Rightarrow 8.540,75 \quad \therefore \quad J_2 = 10.334,31 - 8.540,75 \Rightarrow 1.793,56$$

$$A_3 = \frac{99.297,96}{(1+0,10)^2} - \frac{98.893,43}{(1+0,10)^3} \Rightarrow 7.764,32 \quad \therefore \quad J_3 = 10.334,31 - 9.394,83 \Rightarrow 2.569,99$$

Entretanto, enfatizando, convenções para separar juros e amortizações, ignorando o valor do dinheiro no tempo, independentemente de seus valores, servem apenas para efeito fisco-contábil; porquanto, os valores dos **juros efetivamente pagos estão contidos nas prestações e os valores das amortizações efetivamente realizadas estão contidas nos saldos devedores**, como exhaustivamente demonstrado e comprovado.

É muito importante ressaltar que tudo que desenvolvemos, demonstramos e comprovamos, serve para qualquer sistema de amortização que calcule os juros sobre o saldo devedor e os considerem totalmente liquidados.

Finalizando, seria muito oportuno que as **instituições financeiras** utilizassem os sistemas de amortização apenas para calcular o valor das prestações que liquidarão os empréstimos/financiamentos e os saldos devedores, destacando em contrato, e deixassem a separação da prestação em juros e amortização para as autoridades fisco-contábeis; principalmente no SFH, em que as pessoas físicas não abatem os juros como despesas para efeito de IR e são isentas de IOF.

Eu, como professor de matemática financeira, enquanto ciência exata que trata do valor do dinheiro no tempo, tenho o dever de zelar pelo rigor científico.

Como dizia Albert Einstein, **A MATEMÁTICA NÃO MENTE!**